

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор  
Цепенда Ігор Євгенович



**АНОТОВАНИЙ ЗВІТ  
про виконану роботу у 2020 році в рамках реалізації проєкту  
із виконання наукових досліджень і розробок**

Симетрії в алгебраїчних та топологічних структурах на нескінченновимірних аналітичних  
многовидах та їх можливі застосування

**Назва конкурсу:** “Підтримка досліджень провідних та молодих учених”  
**Реєстраційний номер Проєкту:** ) 2020.02/0025

**Підстава для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок** (реєстраційний номер та назва Проєкту) ) 2020.02/0025 Симетрії в алгебраїчних та топологічних структурах на нескінченновимірних аналітичних многовидах та їх можливі застосування.

Рішення Наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу “Підтримка досліджень провідних та молодих учених” протокол від «16-17» вересня 2020 року № 21

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Тривалість виконання Проєкту  
Початок – 2 листопада 2020 р.  
Закінчення – 2022 рік.

Загальна вартість Проєкту, грн.: 6 909 424, грн

Вартість Проєкту по роках, грн.:

1-й рік	1 089 424
2-й рік	2 930 000
3-й рік	2 890 000

## 2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

до виконання Проєкту буде залучено 16 виконавців, з них:

доктори наук	2;
кандидати наук	5;
інші працівники	9.

### 3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ(Ї) СУБВИКОНАВЦЯ(ІВ) ПРОЄКТУ

Загороднюк Андрій Васильович (керівник), ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», завідувач кафедри математичного і функціонального аналізу, доктор фізико-математичних наук.

До виконання Проєкту не залучено субвиконавців.

### 4. ОПИС ПРОЄКТУ

#### 4.1. Мета Проєкту: (до 200 символів)

дослідити: властивості спектрів алгебр  $S$ -інваріантних аналітичних функцій обмеженого типу; диференціювання; алгебри різних типів симетричних аналітичних функцій; алгебри дійсних аналітичних функцій.

#### 4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)

Дослідити спектр алгебр симетричних аналітичних функцій на тензорних добутках просторів  $l_p$ , та алгебр суперсиметричних аналітичних функцій; алгебри аналітичних функцій обмеженого типу, породжені зліченною сім'єю поліномів. Описати аналітичні структури на спектрі алгебри блочно-симетричних функцій на просторі  $L_\infty(U)$ , запропонувати застосування отриманих результатів до моделей ідеального газу.

#### 4.3. Детальний зміст Проєкту:

- Сучасний стан проблеми:  
(до 400 знаків)

Алгебри симетричних аналітичних функцій обмеженого типу та їх спектри досліджено за участю керівника проєкту Авторами проєкту напрацьовано нові інструменти дослідження алгебр різних типів симетричних функцій на  $l_p$  і  $L_p$ , описано різні структури на спектрах алгебр, та побудовано симетричні функції необмеженого типу на просторі  $l_1$ . Суперсиметричні функції просторі вперше введені керівником проєкту.

- Новизна Проєкту (до 400 знаків)

Вперше розроблено методи дослідження алгебр симетричних аналітичних функцій, введено природні алгебраїчні операції на спектрі, які є аналогом згортки; використовуючи генератриси можна знайти зображення спектрів алгебр симетричних аналітичних функцій, що дозволяє, отримати застосування до теорії функцій. Новизно є застосування отриманих результатів у статистичній квантовій фізиці.

- Методологія дослідження (до 400 знаків)

Розглядаються алгебри аналітичних функцій на банаховому просторі, породжені зліченною сім'єю поліномів. В загальному вигляді існує напівгрупа операторів відносно якої функції з даної алгебри будуть інваріантними. При роботі буде досліджено загальні властивості спектрів зліченно породжених алгебр, умови існування групи симетрії та ізоморфізму між алгебрами.

### 5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проєкту, зокрема:

#### 5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проєкту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)

При виконанні першого етапу Проекту виконано всі завдання календарного плану. Зокрема, доведено, що радіус функція гомоморфізму значення в точці алгебри цілих симетричних функцій обмеженого типу на  $l_1$  дорівнює нормі цієї точки, а також те що кожен характер цієї алгебри зображається у вигляді добутку Адамара, або експонентою у просторі функцій однієї змінної. Це дозволить нам описати аналітичні структури на спектрі цієї алгебри та отримати застосування в теорії функцій комплексної змінної. Перевірено гіпотезу щодо того чи кожна симетрична аналітична функція на просторі  $L_\infty$  є обмеженого типу і побудовано приклад симетричної аналітичної функції на  $L_\infty$ , яка не є функцією обмеженого типу. Цей приклад існує як у комплексному так і у дійсному випадку. Також, знайдено нові класи аналітичних функцій необмеженого типу на банахових просторах. Досліджено властивості диференціювань в алгебрах симетричних та суперсиметричних аналітичних функцій, встановлено умови неперервності. Зокрема, показано, що диференціювання, які генерують напівгрупу симетричних зсувів є неперервними. Розглянуто поповнення алгебр симетричних та суперсиметричних аналітичних функцій відносно деякої гільбертової норми. Встановлено умови самоспряженості та співвідношення для операторів диференціювання та множення на функцію у цій нормі. Встановлено умови гіперциклічності операторів диференціювання та симетричного зсуву. Зокрема, побудовано нові класи гіперциклічних операторів у просторах симетричних аналітичних функцій на  $L_\infty$ . Досліджено аналітичні функції обмеженого індексу. Описано спектр алгебри Фреше цілих симетричних функцій обмеженого типу на декартовому степені комплексного банахового простору вимірних за Лебегом суттєво обмежених функцій на відрізьку.

## **5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами**

Науково-технічною продукцією Проекту є публікації у наукових виданнях результатів Проекту. Всі публікації містять нові та оригінальні результати в теорії аналітичних відображень на банахових просторах та нелінійному функціональному аналізі. За результатами виконання першого етапу проекту опубліковано та подано до друку такі статті:

1. Novosad Z., Zagorodnyuk A. Analytic Automorphisms and Transitivity of Analytic Mappings. Mathematics MDPI, 2020, 8, 2179; doi:10.3390/math8122179. (Web of Science 1-ший квартиль, Scopus).
2. Zagorodnyuk A. Hihliuk A. Classes of entire analytic functions of unbounded type on Banach spaces. Axioms 2020, 9, 133; doi:10.3390/axioms9040133. (Web of Science, Scopus 3-тій квартиль).
3. A. I. Bandura, Entire functions of bounded index in frame, Mat. Stud. 54, no. 2, 2020, 193–202. doi: 10.30970/ms.54.2.193-202. (Scopus 3-тій квартиль).
4. Bandura A.I., T. Vasylyshyn, Boundedness of  $L$ -index in joint variables for sum of analytic functions in the unit ball, Mathematics MDPI (Web of Science 1-ший квартиль, Scopus, подано до друку).
5. Bandura A.I., Martsinkiv M.V., Skaskiv O.B. Slice holomorphic functions in the unit ball having bounded  $L$ -index in direction, Axioms (Web of Science, Scopus 3-тій квартиль, прийнято до друку).
6. Vasylyshyn T. Symmetric analytic functions on the Cartesian power of  $L_\infty[0; 1]$ . AIMS Mathematics. (Scopus 2-гий квартиль, подано до друку).
7. Antonova T., Dmytryshyn R., Kravtsiv V. Branched continued fraction expansions of Horn's hypergeometric function  $H_3$  ratios. Mathematics MDPI (Web of Science 1-ший квартиль, Scopus, подано до друку).
8. Bandura A.I. Remarks on some classes of positive continuous functions in  $C_n$ . Прикарпатський вісник НТШ. Число. no. 1(59), 2020. P. 9–15. doi: 10.31471/2304-7399-2020-1(59)-9-15. (категорія B).
9. Chernega I., Fushtei V., Zagorodnyuk A. Power operations and differentiations associated with supersymmetric polynomials on a Banach space. Carpathian Math. Publ. 2020, 12 (2) (в друці Scopus, Web of Science).

Крім того, подано до захисту дисертаційну роботу на здобуття доктора філософії «Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, які є інваріантними відносно дії операторних напівгруп», автор Аль-Зірджаві Фарах Джавад Галі. Робота виконана за темою проєкту і під керівництвом керівника проєкту Загороднюка А.В.

Таким чином, всі індикатори виконання I-го етапу проєкту виконано. Зокрема, опубліковано 3 статті у виданнях, що входять до наукометричних баз даних Scopus та Web of Science (1 стаття в 1-шому квартилі) та подано до друку 5 статей що входять до наукометричних баз даних Scopus та Web of Science (2 статті в 1-шому квартилі і одна в 2-му).

### **5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)**

Проєктом не передбачено проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок

### **5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.**

Після завершення проєкту буде проведено міжнародну наукову конференцію на базі Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, де буде детально ознайомлено світову математичну спільноту з результатами проєкту та рекомендаціями. Буде видано матеріали конференції та рекомендації щодо можливих застосувань результатів проєкту в суміжних галузях.

Результати виконання проєкту будуть активно використані у навчальному процесі. Буде підготовлено навчальні курси “Симетричні аналітичні функції у банаховому просторі” і “Методи нелінійного аналізу у квантовій механіці” для студентів та аспірантів математичних і природничих спеціальностей. Також, будуть виконуватись магістерські дипломні роботи з даної тематики. На даний момент виконуються дві магістерські роботи за тематикою проєкту та два дисертаційні дослідження на здобуття ступеня доктор філософії. Крім того, результати досліджень включено у спецкурс для аспірантів «Симетричні аналітичні функції у банахових просторах».

Анотований звіт не містить відомостей, заборонених до відкритого опублікування.

### **Науковий керівник Проєкту**

Завідувач кафедри математичного і функціонального аналізу  
Загороднюк Андрій Васильович

(підпис)

