



ЗАТВЕРДЖУЮ

Професор з наукової роботи
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
проф. О.І. Жилинська

підпис)
М.П.

АНОТОВАНИЙ ЗВІТ
про виконану роботу у 2020 році в рамках реалізації проєкту
із виконання наукових досліджень і розробок
Оцінювання параметрів, перевірка гіпотез та прогнозування
в актуальних стохастичних моделях
(назва Проєкту)

Назва конкурсу: Підтримка досліджень провідних та молодих учених
Рєєстраційний номер Проєкту: : 2020.02/0026

Підстава для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок (реєстраційний номер та назва Проєкту) 2020.02/0026 «Оцінювання параметрів, перевірка гіпотез та прогнозування в актуальних стохастичних моделях»

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу «Підтримка досліджень провідних та молодих учених» (назва конкурсу) протокол від «16-17» вересня 2020 року № 21.

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Тривалість виконання Проєкту
Початок – 05.11.2020;
Закінчення – 2022 рік.

Загальна вартість Проєкту, грн. 2085580 грн.

Вартість Проєкту по роках, грн.:

1-й рік 264260 грн.
2-й рік 953060 грн.
3-й рік 868260 грн.

2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

до виконання Проєкту залучено 9 виконавців, з них:

доктори наук 3;
кандидати наук 2;
інші працівники 4.

3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ(Ї) СУБВИКОНАВЦЯ(ІВ) ПРОЄКТУ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Організаційно-правова форма: Державна організація (установа, заклад, підприємство)
Підпорядкованість: Міністерство освіти і науки України
Код ЄДРПОУ: 02070944
Коди КВЕД: 72.11, 72.19, 72.20
ІПБ керівника підприємства/установи/організації: Губерський Леонід Васильович
Юридична адреса: вул. Володимирська, 60, м. Київ, Київська обл., 01033, Україна.
Поштова адреса: Україна, 01601, місто Київ, вул. Володимирська, 64/13
Фактична адреса: Україна, 01601, місто Київ, вул. Володимирська, 64/13
Телефон: 0442393141
Адреса електронної пошти: office.chief@univ.net.ua
Посилання на веб сторінку: <http://www.univ.kiev.ua>

4. ОПИС ПРОЄКТУ

4.1. Мета Проєкту (до 200 знаків)

Дослідження статистичних задач для широкого класу стохастичних моделей як з дискретним, так і з неперервним часом та їх застосування у фінансовій та актуарній математиці, біології та фізиці.

4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)

Проєктом передбачено поширення існуючих та розробка нових методів для побудови оцінок невідомих параметрів в різноманітних моделях регресії та стохастичних дифузійних моделях, які породжуються вінерівським процесом та/або дробовим броунівським рухом, і застосування розроблених підходів до вивчення процесів, які розглядаються у фінансовій та актуарній математиці, біології, фізиці.

4.3. Детальний зміст Проєкту:

- Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)

Моделі регресії, які планується розглянути, вивчалися багатьма вченими, але їх методи часто носять суто емпіричний характер без теоретичного обґрунтування, а деякі результати є неефективними та потребують удосконалення. Дифузійним моделям присвячено сотні статей, проте їх параметри, як правило, оцінюють окремо, а теорія для складних дробових процесів знаходиться ще на початковій стадії розробки.

- Новизна Проєкту (до 400 знаків)

При оцінюванні параметрів регресії буде застосовано нові методи та підходи, які зможуть врахувати додаткові похибки у вимірюваннях та мають покращити якість отриманих оцінок. В дифузійних моделях буде проведено комплексне одночасне оцінювання коефіцієнтів. Буде вперше розглянуто параметричне оцінювання в моделях з субординованими процесами, в яких час або прискорюється або, навпаки, уповільнюється.

- Методологія дослідження (до 400 знаків)

Дослідження проводитимуться методами стохастичного аналізу, теорії випадкових процесів, математичної статистики, теорії ймовірностей, функціонального аналізу, теорії рівнянь з

частинними похідними, дробового аналізу. Буде розроблено нові та вдосконалено існуючі математичні і статистичні методи, активно використовуватимуться методи комп'ютерного моделювання випадкових процесів.

5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проекту, зокрема:

5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проекту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)

1. Розглянуто модель лінійної регресії за наявності суміші класичної та берксонівської похибки у регресорі. У цій моделі побудовано строго консистентні оцінки усіх невідомих параметрів моделі та доведено їх асимптотичну нормальність. Модель модифікована так, щоб виділити дві групи асимптотично незалежних оцінок, що дозволяє побудувати асимптотичну довірчу область для істинних значень параметрів як декартів добуток двох еліпсоїдів.
2. Вивчено задачу оцінювання комплексної матриці Вандермонда низького рангу за спостереженням збуреної матриці, причому адитивний шум також є матрицею Вандермонда, яка породжена незалежними гауссовими величинами з однаковими дисперсіями. Розглядаються випадки як відомої, так і невідомої дисперсії шуму. Методом виправленої оціночної функції з подальшою корекцією побудовано оцінку структурного вектора, що задає матрицю Вандермонда низького рангу. За допомогою чисельного моделювання вивчена поведінка запропонованих оцінок у залежності від кількості рядків та стовпчиків у матриці Вандермонда, а також від дисперсії шуму.
3. Досліджено неперервну лінійну стохастичну модель із двома шумами, які моделюються вінерівським процесом та дробовим броунівським рухом. Модель містить чотири невідомі параметри: параметр зсуву, коефіцієнти при стандартному та дробовому броунівських рухах та індекс Хюрста. Створено два алгоритми одночасного оцінювання цих параметрів за дискретними спостереженнями. Перший підхід є більш традиційним: ми отримуємо оцінку параметра зсуву за допомогою дискретизації неперервної оцінки типу максимальної вірогідності, а решту параметрів оцінюємо за допомогою квадратичних варіацій. Цей підхід має певні обмеження, зокрема, припускається, що індекс Хюрста $H < 3/4$, більше того, деякі оцінки мають занадто малу швидкість збіжності. Тому розроблено новий метод для одночасного оцінювання усіх чотирьох параметрів, який базується на ергодичній теоремі. Запропоновані алгоритми протестовано і порівняно між собою за допомогою комп'ютерного моделювання.
4. Досліджено стохастичне рівняння теплопровідності із дробовим броунівським шумом, розв'язок якого є стаціонарним ергодичним процесом. Розроблено метод одночасного оцінювання двох параметрів, індексу Хюрста та коефіцієнта дифузії, за дискретними спостереженнями розв'язку рівняння. За допомогою ергодичної теореми доведено строгою консистентність побудованих оцінок. Виконано чисельне моделювання поведінки обох оцінок, яке підтверджує доведені теоретичні властивості.

5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами

1. «Наївні» методи оцінювання у такій моделі, які нехтують наявністю похибки вимірювання у регресорі, призводять до неконсистентного оцінювання параметрів регресії. Це саме стосується методів оцінювання, які беруть до уваги лише берксонівську похибку та нехтують наявністю класичної похибки вимірювання. На противагу цьому, запропоновані методи оцінювання враховують обидві похибки і дозволяють точніше оцінити усі параметри моделі, ніж відомі для такої моделі методи.
2. Задачі з нелінійними структурованими зв'язками є надзвичайно складними і мало дослідженими. Методи оцінювання структурного параметра, які нехтують наявністю

збурень, призводять до суттєвого зміщення оцінок. Запропонований метод дозволяє істотно зменшити зміщення, що підтверджується чисельними експериментами.

3. Нові методи параметричного оцінювання в неперервній лінійній стохастичній моделі з двома типами шумів дозволяють проводити одночасне оцінювання всіх чотирьох невідомих параметрів. Метод оцінювання на основі ергодичної теореми, на відміну від інших відомих методів, застосовний для всіх значень індексу Хюрста.
4. Задачі оцінювання параметрів у стохастичних диференціальних рівняннях з частинними похідними є мало дослідженими. Для стохастичного рівняння теплопровідності відомі методи оцінювання коефіцієнта дифузії у випадку білого шуму та у випадку дробового шуму з відомим індексом Хюрста. Запропонований метод дозволяє у випадку дробового шуму одночасно оцінювати два невідомі параметри: коефіцієнт дифузії та індекс Хюрста.

5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)

1. Запропоновану методику можна розповсюдити на нелінійні моделі регресії із сумішшю класичної та берксонівської похибок у регресорі. Такі моделі виникають у задачах оцінювання радіаційних ризиків за наявності невизначеності у дозах опромінення.
2. Такі моделі виникають у задачах комп'ютерної алгебри при знаходженні апроксимації спільного множника заданого набору многочленів. Отримані результати дозволяють обчислювати відстань до наявності спільної подільності даних многочленів.
3. Можливе застосування побудованих оцінок у фінансових, біологічних, кліматологічних моделях, які описуються за допомогою відповідних стохастичних диференціальних рівнянь, як звичайних, так і з частинними похідними.

5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.

1. Результати увійдуть до матеріалів спеціального курсу з моделей регресії з похибками вимірювання, який читається на механіко-математичному факультеті КНУ імені Шевченка. Передбачається застосувати розвинуті підходи до оцінювання радіаційних ризиків за наявності невизначеності у дозах опромінення.
2. Можливі застосування отриманих результатів у задачах теорії управління та задачах ідентифікації динамічних систем.
3. Стохастичні моделі з неперервним часом будуть застосовані у фінансових задачах для моделювання цін акцій або інших цінних паперів.

Примітка: Анотований звіт не повинен містити відомостей, заборонених до відкритого опублікування

Науковий керівник Проєкту

Завідувач кафедри теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики
проф. Ю.С. Мішура

(підпис)

