

ЗАТВЕРДЖУЮ  
ВО директора  
Інституту математики НАН України  
доктор фіз.-мат. наук  
О.В. Антонюк

ШБ

(підпис)  
М.П.

19.12.2020



**АНОТОВАНИЙ ЗВІТ**  
**про виконану роботу у 2020 році в рамках реалізації проєкту**  
**із виконання наукових досліджень і розробок**  
“Складні динамічні системи в природничих науках: теорія, математичне моделювання,  
чисельні методи та застосування до передових технологій”

**Назва конкурсу:** “Підтримка досліджень провідних та молодих учених”  
**Реєстраційний номер Проєкту:** 2020.02/0089

**Підстава для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок**  
(реєстраційний номер та назва Проєкту) 2020.02/0089 “Складні динамічні системи в природничих науках: теорія, математичне моделювання, чисельні методи та застосування до передових технологій”

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу “Підтримка досліджень провідних та молодих учених” протокол від “16-17” вересня 2020 року № 21

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Тривалість виконання Проєкту  
Початок – дата укладання Договору про виконання наукових досліджень і розробок (28.10.2020р.);  
Закінчення – 2022 рік.

Загальна вартість Проєкту, грн. 11,006,338 (одинадцять мільйонів, шість тисяч, триста тридцять вісім гривень)

Вартість Проєкту по роках, грн.:

1-й рік 1,708,522 (один мільйон, сімсот вісім тисяч, п’ятсот двадцять дві гривні)

2-й рік 4,527,336 (чотири мільйони, п’ятсот двадцять сім тисяч, триста тридцять шість гривень)

3-й рік 4,770,480 (чотири мільйони, сімсот сімдесят тисяч, чотириста вісімдесят гривень)

## 2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

до виконання Проєкту буде залучено 9 виконавців, з них:

доктори наук 4;

кандидати наук 2;

інші працівники (асистенти-молоді вчені, аспіранти) 3.

### **ВИКОНАВЦІ:**

#### **(провідні вчені)**

ТИМОХА Олександр Миколайович (керівник), Інститут математики НАН України, завідувач відділу математичних проблем механіки та теорії керування, доктор фізико-математичних наук, член-кореспондент НАН України

ВАСИЛИК Віталій Богданович, Інститут математики НАН України, завідувач відділу обчислювальної математики, доктор фізико-математичних наук

БУРИЛКО Олександр Андрійович, Інститут математики НАН України, старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук

#### **(молоді вчені)**

ПОКУТНИЙ Олександр Олексійович, Інститут математики НАН України, старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук

БОНДАР Іванна Анатоліївна, Інститут математики НАН України, старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук

РАЙНОВСЬКИЙ Ігор Андрійович, Інститут математики НАН України, молодший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук

### **(асистенти-молоді вчені, аспіранти) (список для 1 етапу в 2020 році):**

ЛАГОДЗІНСКИЙ Олександр Євгенійович, Інститут математики НАН України, аспірант

ЛОКАЗЮК Олександра Вікторівна, Інститут математики НАН України, аспірантка

САТУР Оксана Романівна, Інститут математики НАН України, аспірантка

## **3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ(І) СУБВИКОНАВЦЯ(ІВ) ПРОЄКТУ**

### **Інститут математики Національної академії наук України**

01024, м. Київ, вул. Терещенківська, буд. 3

(місцезнаходження)

р/р UA298201720313211001201012938

у ДКСУ в м. Києві

МФО 820172

ЄДРПОУ 05417207

ПІН 054172026078

неприбуткова організація

Залучення організації-субвиконавця для реалізації проєкту не передбачено.

## **4. ОПИС ПРОЄКТУ**

### **4.1. Мета Проєкту (до 200 знаків)**

Математика складних динамічних систем (СДС) через синтез аналітичних й чисельних методів, розвиток на цій основі матмоделювання актуальних проблем природознавства (хвильові масопереноси, біореактори, нейронні мережі тощо).

### **4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)**

Розвиток методів: 1-2) аналізу стійкості, біфуркацій, мультистабільності, синхронізації, хаосу, химерних станів СДС; 3) матмоделювання через машинне навчання; 4-7) усереднення і теорії розв'язності крайових задач, біфуркацій та розгалуження їх розв'язків; (8) аналіз нескінченновимірних СДС; 9) побудови функцій Ляпунова; 10) умови керування та керованості СДС; 11) експоненціально збіжні методи для СДС (рівнянь з дробовими похідними).

### **4.3. Детальний зміст Проєкту:**

- **Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)**

1 Колективна динаміка мереж (опис в [Strogatz, Ashwin & Burylko](#)), *open*: нейромережі, химерні стани, АВС-потоки ...

2 Біфуркації й стійкість в задачах хлюпання ([Faltinsen & Timokha](#)): перенос Прандтля, маш. навчання моделей, левітація краплі ...

3 Еволюційні крайові задачі ([Sasu, Latushkin](#)): хаотичність, розв'язки, керування та керованість...

4 Експоненціальна збіжність для рівнянь з дроб. похідними і необмеж. операторами ([Кочубей, Thomme, Макаров, Гаврилук](#)).

- **Новизна Проєкту (до 400 знаків)**

- міждисциплінарний характер досліджень СДС (побудова матмоделей, аналіз й обчислення). Новими є задачі, підходи і методи, зокрема, в 1 аналіз інваріантних множин, ієрархічних структур, гетероклінічних химер; 2 маш. навчання модальних систем, теорії переносу Прандтля; 3 обмежених розв'язків для еволюційних динамічних систем за умови експоненціальної дихотомії на півосях; 4 наближення операторних функцій на випадок диференціальних рівнянь з дробовими похідними.

- **Методологія дослідження (до 400 знаків)**

Комбінування аналітичних (теорії біфуркацій, збурень, складності і хаосу, функцій й експонент Ляпунова тощо) і чисельних підходів; мат. моделі через машинне навчання, вкл. адаптивні модальні системи теорії хлюпання. Стійкість і біфуркація - схематичні й біфуркаційні діаграми, гістограми, фазові портрети (Matlab, DsTool, Dynamics Solver, тощо). Узагальнено-обернені оператори, псевдообернені матриці, експоненціально збіжні схеми, Sinc-квадратури.

**5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проєкту, зокрема:**

**5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проєкту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)**

*Дослідження націлені на базове розуміння фундаментальних математичних властивостей складних динамічних систем, які можна буде використати для моделювання різного типу феноменів у природознавстві.*

Фундаментальність, зокрема, означає, що основним результатом цього та подальших етапів Проєкту є підготовка наукових статей у висореєтингових журналах.

Згідно Календарного плану та Технічного завдання (**ціль № 7 та індикатор виконання № 4**) передбачалося остаточно підготувати, як мінімум, дві такі статті. За фактом, подано (опубліковано) наступні статті:

[1] Faltinsen O.M., Timokha A.N. Coupling between resonant sloshing and lateral motions of a two-dimensional rectangular tank // *Journal of Fluid Mechanics*, 39 pp. (Q1) [submission JFM-20-S-1976] (завдання №№ 1-3 Календарного плану)

[2] Bihun D.S., Pokutnyi O.O., Kliuchnik I.G., Sadoviy M.I., Tryfonova O.M. Bounded solutions of evolutionary equations // *Нелінійні коливання*, 2020, т.23, №3, 291-320 (Q3) (завдання №№ 7-8)

[3] Макаров В.Л., Гаврилук І.П., Василик В.Б. Експоненціально збіжний метод для розв'язування абстрактного інтегро-диференціального рівняння з дробовим інтегралом Харді-Тічмарша // *Доповіді НАН України*, 2020, № 12 (анонс результатів наступних етапів).

Підготовлено (але ще не подано) рукописи наступних статей:

[4] Бондар І.А. Умови існування розв'язку слабо збуреної імпульсної крайової задачі для системи інтегро-диференціальних рівнянь у випадку  $j \geq -2$ . (завдання №№ 7-8)

[5] Bick C., Burylko O., Martens E. Weak chimeras and chaos in modular networks of coupled oscillators (завдання №№ 4-6)

Виконавець Проекту О.Р.Сатур закінчила написання та представила дисертацію доктора філософії, виконану за тематикою Проекту та його часткової підтримки:

[6] Сатур О.Р. "Аналіз поведінки траєкторій в моделях складних динамічних систем з притягальною взаємодією".

*Задля досягнення цілей №№ 1-2 Технічного завдання та Календарного плану:*

- Показано, що частоти контейнера з рідиною відрізняються від власних частот коливання рідини, проаналізована їх залежність від маси контейнера та рідини (завдання № 1).
- Побудована модальна система Наріманова-Моїсєєва, досліджені її властивості, стійкість та біфуркації її періодичних розв'язків (завдання № 2, індикатор виконання № 1).
- З використанням системи Наріманова-Моїсєєва проаналізована поведінка плаваючого танкера у прогресивній хвилі, показана добра відповідність теорії експериментальним даним Rognebakke & Faltinsen (2003) (завдання № 3, індикатор виконання № 2).

*Задля досягнення цілей №№ 3-4 Технічного завдання та Календарного плану:*

- Показано існування слабких химерних станів та хаосу у модульних системах зв'язаних осциляторів. Описано структуру множин гетероклінічних циклів та їх глобальні біфуркації у мережах зв'язаних фазових осциляторів з різними типами взаємодії між елементами (завдання № 3, індикатор виконання № 3).
- Досліджено біфуркації появи консервативно-дисипативної динаміки у осциляторних системах з часово-оборотною симетрією. Підготовлено рукопис статті [5] для подачі в журнал рівня Q1 (завдання № 4, індикатор виконання № 3).

*Задля досягнення цілей №№ 5-6 Технічного завдання та Календарного плану:*

- Отримано необхідні та достатні умови існування обмежених, майже періодичних на всій осі розв'язків крайових задач у просторах Фреше, Банаха та Гільберта. Узагальнено означення е-дихотомії для еволюційних рівнянь у локально-опуклих просторах з необмеженою оператор - функцією. Запропоновано необхідні й достатні умови існування узагальнених обмежених розв'язків для диференціальних рівнянь першого порядку у просторах Фреше з необмеженим оператором (завдання № 7).
- Досліджено проблему розв'язності слабо збуреної імпульсної крайової задачі для систем інтегро-диференціальних рівнянь; встановлені умови існування розв'язку (завдання №№ 8-9).

*Задля досягнення цілей наступних етапів Проекту:*

- Розглянуто однорідне дробово-диференціальне рівняння з дробовим інтегралом Харді-Тічмарша та необмеженим операторним коефіцієнтом в банаховому просторі. Встановлено умови для зображення розв'язку у вигляді інтеграла Данфорда-Коші, розроблено експоненціально збіжний наближений метод (розпаралелювання) (результати анонсовано в статті [3], розширена версія якої буде подана у 2021 до журналу рівня Q1-Q2).

**Таким чином, досягнуто всі цілі та забезпечено виконання індикаторів першого етапу Проекту. Виконано також всі завдання етапу.**

## **5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами**

Робота носить теоретичний та фундаментальний математичний характер, що не передбачає впроваджень. В той же час,

- Система Наріманова-Моїсєєва [1] є першою в науковій літературі аналітичною нелінійною теорією плаваючого танкера. Вона може бути дуже корисною інженерам.
- Більшість результатів щодо химерних станів стосуються великих мереж зв'язаних осциляторів та проводяться за допомогою методів статистичної фізики та чисельних експериментів. Аналітичне дослідження мінімальних блочних мереж дозволить зрозуміти математичні принципи формування химерних станів у великих мережах різної природи [5], штучних й природніх. Ці дослідження необхідні біологам та спеціалістам з комп'ютерних наук.

**5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок).**

*Національна освіта:* залучено трьох аспірантів для роботи за прикладними темами, які є актуальними для української індустрії і де бракує спеціалістів вищої кваліфікації.

*Академічними бенефіціантами, крім математиків, є вчені у галузях гідромеханіки.*

**5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.**

Отримані математичні моделі:

- 1) можна ефективно застосовувати для дослідження стійкості танкерних структур,
- 2) можна застосовувати при дослідженні нейронних мереж, роботи зв'язаних лазерів,
- 3) рівняння з дробовими інтегралами або дробовими похідними та необмеженими операторними коефіцієнтами в банаховому просторі є метамоделями для математичних моделей, що описують процес адсорбції в пористих середовищах, тому отриманий експоненціально збіжний метод можна використати при вивченні таких явищ.

*Анотований звіт не містить відомостей, заборонених до відкритого опублікування*

**Науковий керівник Проєкту**

Завідувач відділу Інституту математики НАН України

(посада)

О.М. Тимоха

ПІБ



(підпис)