

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з наукової роботи Харківського  
національного університету імені В.Н.Каразіна  
Віктор КАТРИЧ



**АНОТОВАНИЙ ЗВІТ**  
**про виконану роботу у 2020 році в рамках реалізації проєкту**  
**із виконання наукових досліджень і розробок**  
**Оператори в нескінченновимірних просторах: взаємозв'язок геометрії, алгебри і**  
**топології**

Назва конкурсу: Підтримка досліджень провідних та молодих учених  
Реєстраційний номер Проєкту: 2020.02/0096

Підстава для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок (реєстраційний номер та назва Проєкту) 2020.02/0096 Оператори в нескінченновимірних просторах: взаємозв'язок геометрії, алгебри і топології

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу Підтримка досліджень провідних та молодих учених (назва конкурсу) протокол від «16-17» вересня 2020 року № 21

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Тривалість виконання Проєкту  
Початок – 05.11.2020 р.;  
Закінчення – 2022 рік.

Загальна вартість Проєкту, грн. 10 557 696,00

Вартість Проєкту по роках, грн.:

|         |                     |
|---------|---------------------|
| 1-й рік | <u>667 584,00</u>   |
| 2-й рік | <u>4 945 056,00</u> |
| 3-й рік | <u>4 945 056,00</u> |

## 2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

До виконання Проєкту залучено **6 основних виконавців**, з них:

|                 |           |
|-----------------|-----------|
| доктори наук    | <u>2;</u> |
| кандидати наук  | <u>1;</u> |
| інші працівники | <u>3.</u> |

Крім того, залучені 3 помічники (асистенти) з числа студентів і аспірантів.

### **3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ(Ї) СУБВИКОНАВЦЯ(ІВ) ПРОЄКТУ**

Грантоотримувач – Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна. Субвиконавці до Проєкту не залучені.

### **4. ОПИС ПРОЄКТУ**

#### **4.1. Мета Проєкту (до 200 знаків)**

Поглиблення наших знань про нескінченновимірні банахові простори і оператори в цих просторах, а також розробка різноманітного інструментарію для застосування у цих дослідженнях.

#### **4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)**

- розглянути проблеми теорії банахових просторів і теорії операторів, і досягти прогресу у їх розв'язку;
- розвивати математичні теорії, що існують, та нові теорії, які заповнюють прогалини в нашому розумінні нескінченновимірної геометрії та топології;
- розвивати передові технічні засоби, такі як збіжність за фільтром та ультрафільтри, та застосовувати їх до основних предметів дослідження.

#### **4.3. Детальний зміст Проєкту:**

##### **– Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)**

В рамках цього проєкту з функціонального аналізу досліджується взаємозв'язок між властивостями банахових просторів і лінійних і нелінійних операторів в цих просторах: властивості Даугавета, числового індекса операторів, тощо. Дослідження торкаються також споріднених напрямів досліджень, які природно виникають на цьому шляху, зокрема топологічних просторів, фільтрів та операторів в просторах Фреше.

##### **– Новизна Проєкту (до 400 знаків)**

В усіх напрямках досліджень ми концентруємося на важливих невирішених проблемах, поглибленні існуючих теорій і розвитку нових напрямків досліджень і застосувань.

##### **– Методологія дослідження (до 400 знаків)**

Ми вивчаємо оператори, використовуючи властивості відповідних просторів. Техніка досліджень включає вкладення, перенормування, ультрафільтри і ультрадобутки, гру зі зрізками і крайніми точками. Не лише властивості просторів допомагають досліджувати властивості операторів: нетривіальні теореми про оператори у просторі можна застосувати як ефективний інструмент у вивченні самого простору.

### **5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проєкту, зокрема:**

#### **5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проєкту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)**

Проєкт належить до чистої математики, тому отримані результати складаються з математичних теорій, теорем, прикладів, тощо. Ці результати оформлені у вигляді наукових статей, які подані у наукові журнали високого рангу, або викладені в arXiv у якості препринтів (що є стандартним для математиків кроком для з'ясування реакції колег до офіційного направлення статті у науковий журнал). На першому, початковому етапі, ми довели до завершеного вигляду ті дослідження, які були розпочаті раніше, ще до початку фінансування за Проєктом. Цим пояснюється непропорційно велика, як на півтора місяці фінансування у межах Проєкту, кількість наукової продукції. Зокрема, підготовлені наступні наукові роботи:

- L. Golinskii, V. Kadets, Modulus support functionals, Rajchman measures and peak functions.

Стаття присвячена дослідженню комплексних лінійних функціоналів, що досягають максимуму модуля на опуклій, замкненій множині простору  $c_0$ . Для однієї такої множини, що є версією відомого прикладу В.Ломоносова, було відкритим питання існування функціоналів, що досягають максимуму модуля і питання щільності множини таких функціоналів у спряженому просторі. У статті методами комплексного аналізу розв'язане перше з цих питань. Друге залишається відкритим. Стаття направлена до журналу *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matemáticas*.

– V. Kadets, D. Seliutin, Conglomerated filters, statistical measures, and representations by ultrafilters.

У статті вивчаються фільтри та ідеали на множині натуральних чисел, зокрема фільтри, що породжені однією статистичною мірою. Досліджується питання існування та єдиності зображення фільтра у вигляді перетину зліченної кількості ультрафільтрів. Введені та досліджені нові класи фільтрів – конгломеровані фільтри та бідні фільтри. Препринт статті розміщений в arXive. Якщо в колег не буде суттєвих зауважень, стаття буде направлена в журнал.

– Thu Hien Nguyen and Anna Vishnyakova, On the entire functions from the Laguerre-Polya I class having the increasing second quotients of Taylor coefficients.

У статті вивчаються цілі функції з додатними коефіцієнтами і з неспадаючими другими відносинами коефіцієнтів Тейлора. Для таких функцій доведено, що, якщо другі відносини коефіцієнтів Тейлора є не малими, то усі корені функції, окрім, можливо, скінченної їх кількості, є дійсними і простими. Крім того, отримано критерій належності до класу Лагерра-Полія I цілих функцій з додатними коефіцієнтами і з регулярно неспадаючими другими відносинами коефіцієнтів Тейлора в термінах дійсності найближчого до нуля кореня функції.

– S.L. Gefter, A.L. Piven', Implicit linear nonhomogeneous difference equation over  $Z$  with a random right-hand side.

Ми дослідили топологічні та метричні властивості множини розв'язності над кільцем цілих чисел неявного лінійного неоднорідного різницевого рівняння  $bx_{n+1}=ax_n+f_n$ ,  $n=0,1,2,3,\dots$ , де  $b, a$  – відомі цілі числа,  $a \neq 0$ ,  $b \geq 2$ , та число  $a$  не ділиться на  $b$ , а  $f_n$  – відома послідовність цілих чисел. У випадку, коли числа  $a$  і  $b$  є взаємно простими, доведено, що множина розв'язності для цього рівняння є незліченною щільною підмножиною першої категорії та типу  $F_\sigma$  у просторі  $Z^N$ . Якщо  $\mu_0$  – ймовірнісна міра на  $Z$  і  $\mu_0(\{m\}) > 0$  для всіх  $m \in Z$ , то доведено, що множина розв'язності для розглянутого різницевого рівняння має нульову міру відносно добутком мір, які співпадають з  $\mu_0$ .

Розпочато дослідження неявних лінійних різницевого рівнянь першого порядку над кільцями поліномів, кільцями формальних степеневих рядів та більш загальними неархімедовими кільцями. Доведено теореми існування та єдиності розв'язку у випадку кільця формальних степеневих рядів. Отримано деякі умови поліноміальності знайдених розв'язків.

Крім того, як було заплановано в заявці, О.О.Заварзіною захищена дисертація «Ізометрії та стискання підмножин банахового простору» на здобуття вченого ступеня доктора філософії. Документи направлені на затвердження.

## 5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами

Є лише наукова продукція. Дослідження мають теоретичний характер і не пов'язані з технікою.

**5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)**

Проєкт не передбачає проведення прикладних наукових досліджень або науково-технічних розробок.

**5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.**

Дослідження має теоретичний характер і прямо не пов'язане із застосуванням у рамках суспільної практики. Теорії, що будуть побудовані при виконання проєкту, і отримані при цьому результати можуть бути використані в науковій роботі інших математиків та при викладанні математичних курсів для магістрантів і аспірантів університетів, де є дослідницькі групи зі спорідненими інтересами, скажімо університетів Харкова, Львова, Чернівців, Гранади (Іспанія), Берліна (Німеччина), тощо. Важливим соціальним ефектом від проєкту є можливість для його юних учасників не шукати роботу у бізнесі або за кордоном, а концентруватися на розвитку їхньої дослідницької кар'єри в Україні.

Анотований звіт не містить відомостей, заборонених до відкритого опублікування.

**Науковий керівник Проєкту**  
Професор кафедри фундаментальної математики  
Харківського національного університету  
імені В.Н.Каразіна  
Кадець Володимир Михайлович



(підпис)