

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Ректор Львівського національного  
університету імені Івана Франка

Мельник Володимир Петрович

*Володимир Мельник*



**АНОТОВАНИЙ ЗВІТ**  
**про виконану роботу у 2020 році в рамках реалізації проекту**  
**із виконання наукових досліджень і розробок**  
**Дослідження фізичних систем та ефектів квантованості**  
**простору на квантових комп'ютерах**  
(назва Проекту)

**Назва конкурсу:** “Підтримка досліджень провідних та молодих учених”

**Реєстраційний номер Проекту:** 2020.02/0196

**Підстава для реалізації Проекту з виконання наукових досліджень і розробок**  
(реєстраційний номер та назва Проекту) 2020.02/0196 Дослідження фізичних систем та  
ефектів квантованості  
простору на квантових комп'ютерах.

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення  
переможця конкурсу “Підтримка досліджень провідних та молодих учених” протокол від 16-  
17 вересня 2020 року № 21.

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Тривалість виконання Проекту

Початок – 28.10.2020;

Закінчення – 2022 рік.

Загальна вартість Проекту, грн. 6133906,00 грн.

Вартість Проекту по роках, грн.:

1-й рік 654382,00 грн.

2-й рік 2739762,00 грн.

3-й рік 2739762,00 грн.

## 2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

до виконання Проекту буде залучено 5 виконавців, з них:

доктори наук 2;

кандидати наук 3;

інші працівники 0.

## 3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ СУБВИКОНАВЦЯ ПРОЄКТУ

- інформація про повну назву підприємства установи/ організації, код за ЄДРПОУ, КВЕД,  
відомчу підпорядкованість, технічне оснащення, персонал, що буде залучено до виконання Проекту.

Національний університет «Львівська політехніка», Код ЄДРПОУ: 02071010, Код КВЕД: 72.19, підпорядкованість установи: Міністерство освіти і науки України

Технічне оснащення: персональні комп'ютери з доступом до мережі інтернет кафедри прикладної фізики та наноматеріалознавства

Персонал: 1 працівник кафедри прикладної фізики та наноматеріалознавства, а саме, Лаба Г. П., доцент кафедри прикладної фізики і наноматеріалознавства (субвиконавець).

## 4. ОПИС ПРОЄКТУ

### 4.1. Мета Проекту

Метою проекту є моделювання квантових систем дослідження їх властивостей на квантових комп'ютерах. А саме: знаходження двочастинної геометричної міри заплутаності змішаних станів систем з довільною кількістю спінів аналітично та за допомогою квантових комп'ютерів фірми IBM. Написання квантового протоколу для утворення графових станів, які генеруються операторами еволюції з різними спіновими гамільтоніанами (гамільтоніан Ізінга та Гайзенберга). Обчислення міри заплутаності таких графових спінових станів та встановлення її зв'язку з характеристиками відповідних графів. Написання квантових протоколів для операторів еволюції спінових систем з різними типами взаємодії. Визначення геометричних характеристик, таких як кривизна та кручення для станів еволюції спінових систем, які описуються моделями Ізінга та Гайзенберга, за допомогою квантових комп'ютерів. Встановлення зв'язку кривизни та кручення з заплутаністю квантових станів. Моделювання спінових фізичних систем, які описуються гамільтоніанами з комплексними параметрами. Знаходження нулів часових кореляційних функцій спінових систем та нулів статистичної суми за допомогою квантових обчислень. Моделювання спінової мережі, яка описує квантований простір, на квантових комп'ютерах та встановлення ефектів квантованості простору у властивостях спінових систем за допомогою квантових обчислень.

### 4.2. Основні завдання Проекту (до 400 знаків)

Для досягнення мети досліджень поставлено такі завдання: отримати вираз для двочастинної геометричної міри заплутаності для чистих та змішаних станів систем з довільною кількістю спінів; написати квантовий протокол для знаходження двочастинної геометричної міри заплутаності чистих та змішаних станів систем багатьох спінів та реалізувати його на квантових комп'ютерах фірми IBM (доступ до комп'ютерів через інтернет); створити квантові протоколи, які відповідають операторам еволюції з різними спіновими гамільтоніанами (гамільтоніан Гайзенберга, Ізінга); утворити графові стани, які генеруються операторами еволюції з гамільтоніанами спінових систем з різними типами взаємодії на квантових комп'ютерах; обчислити геометричну міру заплутаності відповідних графових станів та знайти її зв'язок з параметрами графів такими як ступінь вузла (degree of a node) та ступінь посередності (betweenness centrality); знайти середні квадратичні, кубічні та четверні флюктуації енергії спінових систем, які описуються спіновими моделями з різними типами взаємодії; на основі зв'язку цих флюктуацій енергії з геометричними характеристиками еволюційних квантових станів обчислити кривизну та

кручення станів спінових систем під час еволюції; написати квантові протоколи для моделювання спінових систем, які описуються гамільтоніанами з комплексними параметрами; реалізувати такі протоколи на квантових комп'ютерах, обчислити нулі кореляційних функцій та знайти нулі статистичної суми спінових систем; також на квантових комп'ютерах, провести моделювання спінових мереж, які описують квантований простір, та квантових систем у квантованому просторі; дослідити вплив особливостей структури квантованого простору на властивості фізичних систем аналітично та за допомогою квантових обчислень.

### 4.3. Детальний зміст Проекту:

- Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)

У останні роки спостерігається значний прогрес у розвитку квантових комп'ютерів та квантових обчислень [F. Arute et al, Nature 574, 505 (2019); A. Bouland et al, Nature Physics, 15, 159 (2019); Yunseong Nam et al,npj Quantum Information 6, 33 (2020)]. У жовтні 2019 року у

Google було заявлено про досягнення квантової переваги (виконання задачі на квантовому комп’ютері за менший час та з меншими затратами ресурсів у порівнянні з класичними) [F. Arute et al *Nature* 574, 505 (2019)].

#### - Новизна Проекту (до 400 знаків)

На сьогодні залишається відкритою проблема знаходження заплутаності змішаних станів багатоспінових систем, в основному такі дослідження обмежуються двоспіновими змішаними станами (див., для прикладу, [F. Nosrati et al, *npj Quant. Inf.* 6, 39 (2020)]). У проекті вперше знайдено двочастинну геометричну міру заплутаності змішаних станів спінових систем з довільною кількістю спінів. Вперше запропоновано протокол для знаходження двочастинної геометричної міри заплутаності таких змішаних квантових станів на квантових комп’ютерах фірми IBM.

#### - Методологія дослідження (до 400 знаків)

У проекті використано квантовомеханічні методи досліджень, а також методи квантового програмування. Для дослідження двочастинної геометричної міри заплутаності змішаних квантових станів систем з довільною кількістю спінів розглянуто метод матриці густини. Запропоновано метод приготування цих станів на квантовому комп’ютері. В основі методу лежать квантові алгоритми для утворення чистих станів та подальшого їх змішування.

## 5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проекту, зокрема:

### 5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проекту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)

Під час виконання проекту знайдено вираз для двочастинної геометричної міри заплутаності для чистих та змішаних станів систем з довільною кількістю спінів. Написано квантовий протокол для знаходження двочастинної геометричної міри заплутаності чистих та змішаних станів систем багатьох спінів. Пораховано двочастинну геометричну міру заплутаності чистих та змішаних станів багатоспінових систем за допомогою обчислень на квантових комп’ютерах фірми IBM (доступ до комп’ютерів через інтернет). Знайдено геометричну міру заплутаності графових станів систем багатьох спінів з взаємодією Ізінга аналітично та на квантовому комп’ютері IBM Q Valencia. Пораховано двочастинну геометричну міру заплутаності чистих та змішаних станів багатоспінових за допомогою обчислень на квантовому комп’ютері компанії IBM, IBM Q Santiago. Використано 2 способи квантових обчислень, а саме обчислення квантових кореляторів на чистих станах з наступним змішуванням кореляторів та класичне змішування станів шляхом вибору кількості вимірювань відповідно до параметру змішування. Досліджено еволюцію середніх значень фізичних величин та встановлено її зв’язок з переходами між енергетичними рівнями фізичних систем. Знайдено, що визначення максимальних значень Фур’є зображення цих часових залежностей дозволяє знайти енергії переходів. Показано, що для спінових систем енергії переходів пов’язані з геометричною мірою заплутаності.

### 5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтuvання її переваг у порівнянні з існуючими аналогами

При виконанні завдань проекту створено квантові протоколи для реалізації чистих та змішаних станів багатоспінових систем та вимірювання їх заплутаності на квантових комп’ютерах. За результатами наукових досліджень підготовлено науковий звіт, опубліковано 2 препринти [A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, Measuring entanglement of a rank-2 mixed state prepared on a quantum computer // [arXiv:2010.06242v3](https://arxiv.org/abs/2010.06242v3), quant-ph 2020, Kh. P. Gnatenco, V. M. Tkachuk Entanglement of graph states of spin system with Ising interaction and its quantifying on IBM’s quantum computer [arXiv:2012.05986](https://arxiv.org/abs/2012.05986), quant-ph 2020] та підготовлено статтю Kh. P. Gnatenco, H. P. Laba, V. M. Tkachuk, Transition energy estimation on quantum computer and its relation with entanglement. Перевагою створених квантових протоколів над існуючими є те, що вони дають можливість вимірювати двочастинну заплутаність змішаних квантових станів для довільної кількості спінів.

**5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)**

Дослідження мають фундаментальний характер.

**5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.**

Отримані результати можуть бути використані в суспільній практиці, зокрема в науково-експериментальній стороні життя суспільства. Побудовані квантові протоколи, які дозволяють вимірювати двочастинну геометричну міру заплутаності чистих та змішаних станів багатоспінових систем, відкривають нові можливості для обчислення заплутаності на квантових комп'ютерах. Це обґруntовує подальше використання цих протоколів у дослідженнях міри заплутаності квантових станів. Важливо відзначити, що квантова заплутаність є важливим ресурсом у квантовій криптографії, квантовій телепортaciї.

**Науковий керівник Проєкту**

Завідувач кафедри теоретичної фізики, проф.

(посада)

Ткачук В. М.

ПІБ



(підпис)