



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
проф. Ганна ТОЛСТАНОВА

(підпис)
М.П.

АНОТОВАНИЙ ЗВІТ
про виконану роботу у 2021 році в рамках реалізації проєкту
із виконання наукових досліджень і розробок
“Асимптотичні режими збурених випадкових блукань:
на межі сучасної та класичної теорії ймовірностей”

Назва конкурсу: “Підтримка досліджень провідних та молодих учених”
Реєстраційний номер Проєкту: 2020.02/0014

Підстава для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок реєстраційний номер 2020.02/0014, назва “Асимптотичні режими збурених випадкових блукань: на межі сучасної та класичної теорії ймовірностей”

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу “Підтримка досліджень провідних та молодих учених” протокол від «16-17» вересня 2020 року № 21.

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Загальна тривалість виконання Проєкту 2020 рік – 2022 рік

Тривалість виконання Проєкту у 2021 році

Початок – 28 квітня 2021 року

Закінчення – 15 грудня 2021 року

Загальна вартість Проєкту, грн.: 5 574 232,00

Вартість Проєкту по роках, грн.:

1-й рік 343 850,00

2-й рік 2 378 600,00

3-й рік 2 851 782,00

2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

До виконання Проєкту було залучено 9 виконавців, з них:

доктори наук 4;

кандидати наук 0;

інші працівники 5.

3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЇ СУБВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

ГРАНТООТРИМУВАЧ

Найменування підприємства/установи/організації (укр.)
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Організаційно-правова форма підприємства/установи/організації
Державна організація (установа, заклад, підприємство)
Підпорядкованість підприємства/установи/організації (укр.)
Міністерство освіти і науки України

Код ЄДРПОУ
02070944

Код(и) КВЕД
72.11; 72.19; 72.20; 85.42

Стратегічні напрями наукової діяльності (укр.)
Фундаментальні наукові дослідження з найважливіших проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу. Інформаційні та комунікаційні технології. Енергетика та енергоефективність. Раціональне природокористування. Науки про життя, нові технології профілактики та лікування найпоширеніших захворювань. Нові речовини і матеріали.

ПІБ керівника підприємства/установи/організації (укр.)
Бугров Володимир Анатолійович
Юридична адреса підприємства/установи/організації (укр.)
Україна, 01033, місто Київ, вул. Володимирська, 60

Фактична адреса (укр.)
Україна, 01601, місто Київ, вул. Володимирська, 64/13
Поштова адреса (укр.)
Україна, 01601, місто Київ, вул. Володимирська, 64/13

Телефон
+380442898691

Посилання на веб сторінку підприємства/установи/організації
univ.kiev.ua

СУБВИКОНАВЦІ

Найменування підприємства/установи/організації (укр.)
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Організаційно-правова форма підприємства/установи/організації
Державна організація (установа, заклад, підприємство)
Підпорядкованість підприємства/установи/організації (укр.)
Міністерство освіти і науки України

Код ЄДРПОУ
02070921

Код(и) КВЕД
85.42

Стратегічні напрями наукової діяльності (укр.)
1. Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави.
2. Інформаційні та комунікаційні технології. 3. Енергетика та енергоефективність. 4. Раціональне природокористування. 5. Науки про життя, нові технології профілактики та лікування найпоширеніших захворювань. 6. Нові речовини і матеріали.

ПІБ керівника підприємства/установи/організації (укр.)
Згуровський Михайло Захарович
Юридична адреса підприємства/установи/організації (укр.)
03056, м. Київ, Солом'янський район, пр-т Перемоги, 37

Фактична адреса (укр.)
03056, м. Київ, Солом'янський район, пр-т Перемоги, 37
Поштова адреса (укр.)
03056, м. Київ, Солом'янський район, пр-т Перемоги, 37
Телефон
(+38 044) 236-79-89
Посилання на веб сторінку підприємства/установи/організації
<https://kpi.ua>

Найменування підприємства/установи/організації (укр.)
Інститут математики Національної академії наук України
Організаційно-правова форма підприємства/установи/організації
Державна організація (установа, заклад, підприємство)
Підпорядкованість підприємства/установи/організації (укр.)
НАН України
Код ЄДРПОУ
05417207
Код(и) КВЕД
72.19; 72.20; 85.42

Стратегічні напрями наукової діяльності (укр.)
теорія диференціальних рівнянь, динамічних систем та нелінійних коливань; математична фізика, методи функціонального та нелінійного аналізу; теорія ймовірностей та математична статистика; теорія функцій дійсної та комплексної змінної; алгебраїчні та топологічні структури; обчислювальна математика, аналітична механіка та динаміка механічних систем
ПІБ керівника підприємства/установи/організації (укр.)

Бойчук Олександр Андрійович
Юридична адреса підприємства/установи/організації (укр.)
01601, м.Київ, вул. Терещенківська, 3
Фактична адреса (укр.)
01601, м.Київ, вул. Терещенківська, 3
Поштова адреса (укр.)
01601, м.Київ, вул. Терещенківська, 3
Телефон
(+380 44) 234 5150
Посилання на веб сторінку підприємства/установи/організації
<https://www.imath.kiev.ua>

4. ОПИС ПРОЄКТУ

4.1. Мета Проєкту (до 200 знаків)

Метою проєкту є розробка нових елементів теорії глобально та локально збурених випадкових блукань, включаючи підхожі методи дослідження, зокрема, побудова та аналіз нових класів таких блукань.

4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)

Отримання нових результатів теорії відновлення для ітерованих глобально збурених випадкових блукань, граничні теореми для зворотного планарного випадкового блукання, функціональні граничні теореми для локально збурених випадкових блукань, побудова стійкого косого процесу Леві та випадкових блукань з липкими бар'єрами, граничні теореми для дисконтованих випадкових рядів, породжених лінійними рекурсіями.

4.3. Детальний зміст Проєкту:

- Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)

З поточною ситуацією в області глобально збурених випадкових блукань можна ознайомитися у книзі Iksanov (2016). У даному проєкті ми будемо теорію відновлення для *ітерованих* глобально збурених випадкових блукань, що раніше не вивчались. Другим напрямком проєкту є аналіз локально збурених випадкових блукань, що досліджувались в роботах Iksanov та Pilipenko (2015) та Pilipenko та Prykhodko (2015).

- Новизна Проєкту (до 400 знаків)

Асимптотика початкових рівнів ітерованих збурених випадкових блукань на деревах загальних гіллястих процесів раніше не досліджувалася. Стаття Pilipenko та Prihodko (2014) є єдиною відомою роботою про локально збурені випадкові блукання зі збуреннями, що мають нескінченне середнє. Випадкові блукання з липкими бар'єрами та стійкий косий процес Леві вперше розглядаються в рамках цього проєкту.

- Методологія дослідження (до 400 знаків)

У дослідженні ітерованих збурених блукань ми оперували лише засобами теорії відновлення. Для розв'язання задач про граничну поведінку локально збурених випадкових блукань та побудови стійкого косоного процесу Леві ми скористалися теорією екскурсій Іто, резольвентною технікою, теорією випадкових блукань. Аналіз зворотних випадкових блукань базувався на зв'язку з випадковими процесами з імміграцією.

5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проєкту, зокрема:

- 1) Нами проведено детальний аналіз початкових рівнів ітерованих глобально збурених випадкових блукань на деревах загальних гіллястих процесів. Доведено аналог елементарної теореми відновлення, версій ключової теореми відновлення та теореми Блекуелла, а також посиленний закон великих чисел. Отримано багатовимірну функціональну граничну теорему.
- 2) Основним результатом виконання проєкту, що стосується зворотних планарних випадкових блукань, є функціональна гранична теорема для числа візитів довільного строго аперіодичного зворотного випадкового блукання на решітці Z^2 у точки фіксованої скінченної множини $P \subset Z^2$.
- 3) Доведено, що граничний процес для локально збурених випадкових блукань є Броунівським рухом зі стрибкоподібним виходом з 0. В якості узагальнення нами встановлено функціональні граничні теореми для багатовимірного випадкового блукання, збуреного на гіперплощині. Доведено, що граничним процесом є Броунівський рух з напівпрозорою мембраною на площині. Процеси такого типу описують дифузію в пористих чи композитних матеріалах.
- 4) Введено новий дискретний ймовірнісний розподіл, що ми називаємо розподілом Лаха, та досліджено його асимптотичні властивості. Розглянуто дві комбінаторні побудови розподілу Лаха, доведено різноманітні асимптотичні результати, зокрема, дві центральні граничні теореми та твердження про великі відхилення. Також з використанням цього розподілу описано порогові явища для опуклих оболонок випадкових блукань у різних режимах.
- 5) Доведено граничну теорему щодо збіжності за розподілом для проміжних рівнів ітерованих глобально збурених випадкових блукань на деревах загальних гіллястих процесів за припущення, що стандартне випадкове блукання, яке лежить в основі збуреного випадкового блукання, належить області ненормального притягання Броунівського руху або області притягання стійкого процесу Леві зі скінченим середнім та нескінченною дисперсією.
- 6) Доведено граничні теореми для дисконтованих випадкових рядів, породжених лінійними рекурсіями, у першій постановці. Зокрема, отримано закон великих чисел, функціональну граничну теорему та закон повторного логарифма для дисконтованих збіжних випадкових рядів, породжених лінійними рекурсіями з центрованими збуреннями. Доведено функціональну граничну теорему для експоненційного функціонала випадкових блукань.
- 7) Побудовано та вивчено властивості косоного стійкого процесу Леві. Цей процес визначено як границю стійких процесів, збурених в нулі. Відповідні збурення є величинами, розподіли яких належать області притягання стійкого закону з нескінченим середнім.

8) Наведено конструкцію випадкових блукань з липкими бар'єрами у вигляді неоднорідних ланцюгів Маркова у просторах довільної розмірності. Доведено посилені закони великих чисел та функціональні граничні теореми для часів досягнення бар'єрів такими блуканнями.

5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проєкту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)

За результатами досліджень, проведених під час першого та другого етапів проєкту, що увійшли до звіту, **подано до друку такі статті**, що містять згадку про підтримку НФДУ:

[1] Bogdanskii V. Limit behavior of random walks on Z^m with two-sided membrane / V. Bogdanskii, I. Pavlyukevich, A. Pilipenko // подана до друку в ESAIM: Probability and Statistics (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q3)).

[2] Bohun, V. Random walks with sticky barriers / V. Bohun, A. Marynych // подана до друку в Modern Stochastics: Theory and Applications (український журнал, віднесений до квартиля (Q2)).

[3] Iksanov A. Renewal theory for iterated perturbed random walks on a general branching process tree: early generation / A. Iksanov, B. Rasyhtov, I. Samoilenko // подана до друку в Journal of Applied Probability (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q2)).

[4] Iksanov A. Functional limit theorems for random walks perturbed by positive alpha-stable jumps / A. Iksanov, A. Pilipenko, O. Prykhodko // подана до друку в Bernoulli (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q1)).

[5] Iksanov A. Stable fluctuations of iterated perturbed random walks in intermediate generations of a general branching process tree/ A. Iksanov, A. Marynych, B. Rasyhtov// подана до друку в Lithuanian Mathematical Journal (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q3)).

[6] Iksanov A. On a skew stable Levy process / A. Iksanov, A. Pilipenko // подана до друку в Theory of Stochastic Processes (український журнал, віднесений до квартиля (Q4)).

[7] Kabluchko, Z. Lah distribution: Stirling numbers, records on compositions, and convex hulls of high-dimensional random walks / Z. Kabluchko, A. Marynych // подана до друку в Probability Theory and Related Fields (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q1)).

Опубліковано або прийнято до друку такі статті:

[8] Bohun V. Probabilistic Analysis of vantage point trees / V. Bohun // Modern Stochastics: Theory and Applications. -2021.-Vol. 8(4), pp. 413-434 (український журнал, віднесений до квартиля (Q2)).

[9] Bohun V. On the local time of a recurrent random walk on Z^2 / V. Bohun, A. Marynych // прийнято до друку в Theory of Probability and Mathematical Statistics (український журнал, віднесений до квартиля (Q3)).

[10] Iksanov A. Limit theorems for discounted convergent perpetuities/ A. Iksanov, A. Nikitin, I.Samoilenko// Electronic Journal of Probability. -2021.-Vol. 26, article no. 131, 25 pp. (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q1)).

[11] Iksanov A. Functional limit theorems for discounted exponential functional of random walk and discounted convergent perpetuity/ A. Iksanov, O. Kondratenko// Statistics and Probability Letters.-2021.-Vol.176, 109148 (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q2)).

[12] Iksanov A. A functional limit theorem for nested Karlin's occupancy scheme generated by Weibull-like distributions /A. Iksanov, Z. Kabluchko, V. Kotelnikova// Journal of Mathematical Analysis and Applications. -2022.-Vol. 507, 125798 (іноземний журнал, віднесений до квартиля (Q1))

5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами

1) Отримані твердження про початкові рівні ітерованих глобально збурених випадкових блукань на деревах загальних гіллястих процесів не мають прямих аналогів та продовжують дослідження попереднього етапу проєкту, пов'язані з проміжними рівнями.

2) Встановлені нами результати про зворотні випадкові блукання на решітці Z^2 узагальнюють відомий результат Kasahara.

3) Доведені нами функціональні граничні теореми для локально збурених випадкових блукань, у яких збурення мають нескінченні середні, є новими та доповнюють відповідні (простіші) результати для збурених випадкових блукань, у яких збурення мають скінченні середні.

4) Порогові явища для опуклих оболонок випадкових блукань у просторах великих розмірностей раніше не вивчалися. Розподіл Лаха введено та досліджено в даному проєкті.

- 5) Проміжні рівні ітерованих глобально збурених випадкових блукань на деревах загальних гіллястих процесів вивчались на попередньому етапі за інших припущень, що робило задачу попереднього етапу більш простою, ніж поточна.
- 6) У наведеній загальності граничні теореми для дисконтованих випадкових рядів, породжених лінійними рекурсіями, отримано вперше.
- 7) Побудова косоного стійкого процесу Леві вперше наведена в рамках виконання проєкту.
- 8) Побудова випадкових блукань з липкими бар'єрами у просторах розмірності вище другої вперше виконана в рамках проєкту.

5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)

5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.

- 1) Теорія ітерованих глобально збурених випадкових блукань є ключовим елементом дослідження вкладених схем зайнятості у випадковому середовищі. Останні є математичною моделлю, що зображує еволюцію генеалогічної структури деякої популяції з плином часу, а тому відповідні результати можуть знайти застосування в математичній біології.
- 2) Дослідження дифузії із сингулярностями у вигляді мембрани та локально збурених випадкових блукань, що є їхніми дискретними аналогами, є складною проблемою, що має велике прикладне значення завдяки численным застосуванням у геофізиці (Hoteit та ін. (2002)), гомогенізації (Szasz та Telcs (1981)), екології (Cantrell та Cosner (1999)), хімії (Fieremans та ін. (2010)), магнітно-резонансній томографії (Grebekov, Van Nguyen та Li (2014)), гідрології (LaBolle та ін. (2000)), біології (Erban та Chapman (2007)) тощо.
- 3) Аналіз випадкових блукань з липкими бар'єрами може бути корисним для статистичного аналізу алгоритмів продажу товарів кількох типів в умовах обмеженого запасу (Bohle, Marynych та Meiners (2021)).
- 4) Результати, отримані під час виконання проєкту, стануть частиною курсу лекцій зі збурених випадкових блукань, що планується читати магістрам та/або аспірантам Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Примітка: Анотований звіт не повинен містити відомостей, заборонених до відкритого опублікування

Науковий керівник проєкту

Завідувач кафедри дослідження операцій
факультету комп'ютерних наук та кібернетики
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

Олександр ІКСАНОВ


(підпис)


(Анна БУРИК)