

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з наукової роботи Харківського  
національного університету імені В.Н.Каразіна  
Віктор К. А. РИВВИТІ



**АНОТОВАНИЙ ЗВІТ**  
**про виконану роботу у 2021 році в рамках реалізації проєкту**  
**із виконання наукових досліджень і розробок**  
**Оператори в нескінченновимірних просторах: взаємозв'язок геометрії, алгебри і**  
**топології**

Назва конкурсу: Підтримка досліджень провідних та молодих учених  
Реєстраційний номер Проєкту: 2020.02/0096

Підстава для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок (реєстраційний номер та назва Проєкту) 2020.02/0096 Оператори в нескінченновимірних просторах: взаємозв'язок геометрії, алгебри і топології

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу Підтримка досліджень провідних та молодих учених (назва конкурсу) протокол від «16-17» вересня 2020 року № 21

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Загальна тривалість виконання проєкту 2020 рік – 2022 рік

Тривалість виконання Проєкту у 2021 році

Початок – 30.04.2021 р.  
(дата укладання Договору про виконання наукового дослідження і розробки)

Закінчення – 15.12.2021

Загальна вартість Проєкту, грн. 9 881 333,00

Вартість Проєкту по роках, грн.:

1-й рік 667 584,00

2-й рік 4 268 693,00

3-й рік 4 945 056,00

## 2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

До виконання Проєкту залучено **9 виконавців**, з них **6 основних виконавців**:

доктори наук 2,

кандидати наук 1,

доктори філософії 1,

інші працівники 2,

а також допоміжний персонал – 3 помічники (асистенти) з числа студентів і аспірантів.

### **3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ(Ї) СУБВИКОНАВЦЯ(ІВ) ПРОЄКТУ**

Грантоотримувач – Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна. Субвиконавці до Проєкту не залучені.

### **4. ОПИС ПРОЄКТУ**

#### **4.1. Мета Проєкту (до 200 знаків)**

Поглиблення наших знань про нескінченновимірні банахові простори і оператори в цих просторах, а також розробка різноманітного інструментарію для застосування у цих дослідженнях.

#### **4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)**

– розглянути проблеми теорії банахових просторів і теорії операторів, і досягти прогресу у їх розв'язку;

– розвивати математичні теорії, що існують, та нові теорії, які заповнюють прогалини в нашому розумінні нескінченновимірної геометрії та топології;

– розвивати передові технічні засоби, такі як збіжність за фільтром та ультрафільтри, та застосовувати їх до основних предметів дослідження.

#### **4.3. Детальний зміст Проєкту:**

– Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)

В рамках цього проєкту з функціонального аналізу досліджується взаємозв'язок між властивостями банахових просторів і лінійних і нелінійних операторів в цих просторах: властивості Даугавета, числового індекса операторів, тощо. Дослідження торкаються також споріднених напрямів досліджень, які природно виникають на цьому шляху, зокрема топологічних просторів, фільтрів та операторів в просторах Фреше.

– Новизна Проєкту (до 400 знаків)

В усіх напрямках досліджень ми концентруємося на важливих невирішених проблемах, поглибленні існуючих теорій і розвитку нових напрямків досліджень і застосувань.

– Методологія дослідження (до 400 знаків)

Ми вивчаємо оператори, використовуючи властивості відповідних просторів. Техніка досліджень включає вкладення, перенормування, ультрафільтри і ультрадобутки, гру зі зрізками і крайніми точками. Не лише властивості просторів допомагають досліджувати властивості операторів: нетривіальні теореми про оператори у просторі можна застосувати як ефективний інструмент у вивченні самого простору.

### **5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проєкту, зокрема:**

#### **5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проєкту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)**

Проєкт належить до чистої математики, тому отримані результати складаються з математичних теорій, теорем, прикладів, тощо. Ці результати оформлені у вигляді наукових статей, зокрема, протягом звітного року видані друком 5 статей, які відповідають Технічному завданню за 2021 рік. Ще підготовлені 10 наукових статей, 2 з яких вже прийняті до друку. Зокрема, видані друком наступні статті:

1. Kadets V. The diametral strong diameter 2 property of Banach spaces is the same as the Daugavet property / V.Kadets // Proc. Am. Math. Soc. – 2021. – 149, No. 6. – P. 2579–2582, квартал Q1.

Стаття стосується узагальнень властивості Даугавета банахових просторів. Теорема про еквівалентність двох властивостей банахових просторів, яка доведена в статті, є відповіддю на питання іспанських математиків Х. Бесери, Х. Лопеса і А. Рuedи.

2. Kadets V. Connection between the Riemann integrability of a multi-valued function and of its convex hull / V. Kadets, A. Kulykov, O. Shevchenko // J. Math. Anal. Appl. – 2022. – Vol. 505, №2. – Article 125652, <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2021.125652> ; квартал Q2.

Стаття стосується інтегрування мультифункцій зі значеннями у банаховому просторі. Доведено, для банахового простору  $X$  еквівалентність двох наступних умов: (А)  $X$  є В-опуклим, тобто простір  $\mathcal{F}_1$  не є фінітно репрезентованим в  $X$ ; (Б) для довільної мультифункції  $F: [0,1] \rightarrow \text{clb}(X)$  з інтегровності опуклої оболонки  $F$  впливає інтегровність самої  $F$ . Це є остаточним результатом. Раніше були відомі лише часткові результати у цьому напрямку, які стосувалися мультифункцій з компактними значеннями в більш спеціальних просторах.

3. Geftter S.L. Implicit Linear Differential-Difference Equations in the Module of Formal Generalized Functions over a Commutative Ring / S.L. Geftter, A.L. Piven' // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – 255, №4. – P. 409–422, квартал Q3.

Ця стаття стосується неявного диференціально-різницевого рівняння у модулі формальних узагальнених функцій над довільним комутативним кільцем.

4. Geftter S.L. Linear Partial Differential Equations in Module of Formal Generalized Functions over Commutative Ring/ S.L. Geftter, A.L. Piven' // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – 257, №5. – P.579–596, квартал Q3.

У цій статті отримані результати, пов'язані з існуванням і властивостями фундаментальних розв'язків задачі Коші у модулі формальних узагальнених функцій над довільним цілісним комутативним кільцем для лінійних диференціальних рівнянь з частковими похідними зі сталими коефіцієнтами з цього кільця.

5. Goncharuk A.B. Implicit linear difference equations over a non-Archimedean ring / A.B. Goncharuk // Visnyk of V.N.Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics. – 2021. – 93. – P. 18–33.

У цій статті вивчається неявне лінійне різницеве рівняння над кільцем нормування довільного поля нульової характеристики з неархімедовим нормуванням. Сформульовані достатні умови для єдиності та існування розв'язку. Наведена явна формула для єдиного розв'язку, яка має вигляд суми ряду, що сходиться за неархімедовою нормою.

Прийняті до друку 2 наукових статті:

1. Kadets V. Completeness in topological vector spaces and filters on  $\mathbb{N}$  / V. Kadets, D. Seliutin // accepted to the journal Bulletin of the Belgian Mathematical Society - Simon Stevin, квартал Q3.

Стаття присвячена поняттю повноти по відношенню до фільтрів. Показано, що воно призводить до цікавих нових класів фільтрів і топологічних векторних просторів у неметризованому випадку. Доведено, зокрема, існування секвенційно повного топологічного векторного простору, який не є  $\mathcal{F}$ -повним для жодного ультрафільтру  $\mathcal{F}$  на  $\mathbb{N}$ , а також існування топологічного векторного простору, який є  $\mathcal{F}_1$ -повним для якогось одного ультрафільтру  $\mathcal{F}_1$  і не є  $\mathcal{F}_2$ -повним для якогось іншого ультрафільтру  $\mathcal{F}_2$  на  $\mathbb{N}$ .

2. Nguyen T.H. On the number of real zeros of real entire functions with a non-decreasing sequence of the second quotients of Taylor coefficients coefficients / T.H. Nguyen, A. Vishnyakova // accepted to the journal Mathematical Inequalities & Applications, квартал Q2.

Стаття присвячена властивостям коефіцієнтів і розподілу коренів твірних функцій лінійних операторів, які зберігають гіперболічність.

Протягом 2021 року було зроблено 15 доповідей на міжнародних наукових конференціях.

Крім того, написана чернетка майбутньої монографії англійською мовою з робочою назвою «Banach spaces with the Daugavet property, narrow operators and geometry of slices».

Також протягом 2021 року вийшли друком 2 наукові статті, про подачу яких в журнали ми звітували у 2020 році:

– Golinskii L. Modulus support functionals, Rajchman measures and peak functions / L. Golinskii, V.Kadets // Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat., Ser. A Mat., RACSAM. – 2021. – 115, No. 2, Paper No. 52, квартал Q2.

– Nguyen T.H. On the entire functions from the Laguerre-Polya I class having the increasing second quotients of Taylor coefficients / Thu Hien Nguyen and Anna Vishnyakova // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2021. – 498, No. 1. – Article 124955, квартал Q2.

### **5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами**

Є лише наукова продукція. Дослідження мають теоретичний характер і не пов'язані з технікою.

### **5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)**

Проєкт не передбачає проведення прикладних наукових досліджень або науково-технічних розробок.

### **5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.**

Дослідження має теоретичний характер і прямо не пов'язане із застосуванням у рамках суспільної практики. Теорії, що будуть побудовані при виконання проєкту, і отримані при цьому результати можуть бути використані в науковій роботі інших математиків та при викладанні математичних курсів для магістрантів і аспірантів університетів, де є дослідницькі групи зі спорідненими інтересами, скажімо університетів Харкова, Львова, Чернівців, Гранаді (Іспанія), Берліна (Німеччина), тощо. Важливим соціальним ефектом від проєкту є можливість для його юних учасників не шукати роботу у бізнесі або за кордоном, а концентруватися на розвитку їхньої дослідницької кар'єри в Україні.

Анотований звіт не містить відомостей, заборонених до відкритого опублікування.

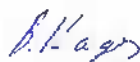
#### **Науковий керівник Проєкту**

Професор кафедри фундаментальної математики

Харківського національного університету

імені В.Н.Каразіна

Кадець Володимир Михайлович



(підпис)