

ЗАТВЕРДЖУЮ
Ректор Львівського національного
університету імені Івана Франка
Мельник Володимир Петрович



АНОТОВАНИЙ ЗВІТ
про виконану роботу у 2021 році в рамках реалізації проєкту
із виконання наукових досліджень і розробок
Дослідження фізичних систем та ефектів квантованості
простору на квантових комп'ютерах
(назва Проєкту)

Назва конкурсу: “Підтримка досліджень провідних та молодих учених”
Реєстраційний номер Проєкту: 2020.02/0196

Підстави для реалізації Проєкту з виконання наукових досліджень і розробок
(реєстраційний номер та назва Проєкту) 2020.02/0196 Дослідження фізичних систем та ефектів квантованості простору на квантових комп'ютерах.

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України щодо визначення переможця конкурсу протокол від «16-17» вересня 2020 року № 21

Рішення наукової ради Національного фонду досліджень України про схвалення звіту та продовження надання грантової підтримки проєкту від «23» грудня 2020 року № 41

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ ПРО ПРОЄКТ

Тривалість виконання Проєкту
Початок – 30.04.2021;
Закінчення – 15.12.2021.

Загальна вартість Проєкту, грн. 5994644,00 грн.
Вартість Проєкту по роках, грн.:
1-й рік 654382,00 грн.
2-й рік 2600500,00 грн.
3-й рік 2739762,00 грн.

2. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКОНАВЦІВ ПРОЄКТУ

до виконання Проєкту буде залучено 5 виконавців, з них:
доктори наук 2;
кандидати наук 3;
інші працівники 0.

3. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ГРАНТООТРИМУВАЧА ТА ОРГАНІЗАЦІЮ СУБВИКОНАВЦЯ ПРОЄКТУ

- інформація про повну назву підприємства/установи/ організації, код за ЄДРПОУ, КВЕД, відомчу підпорядкованість, технічне оснащення, персонал, що буде залучено до виконання Проєкту. Національний університет «Львівська політехніка», Код ЄДРПОУ: 02071010, Код КВЕД: 72.19, підпорядкованість установи: Міністерство освіти і науки України
Технічне оснащення: персональні комп'ютери з доступом до мережі інтернет кафедри прикладної фізики та наноматеріалознавства.
Персонал: 1 працівник кафедри прикладної фізики та наноматеріалознавства, а саме, Лаба Г. П., доцент кафедри прикладної фізики і наноматеріалознавства (субвиконавець).

4. ОПИС ПРОЄКТУ

4.1. Мета Проєкту

Метою проєкту є моделювання квантових систем дослідження їх властивостей на квантових комп'ютерах. А саме: знаходження двочастинної геометричної міри запутаності змішаних станів систем з довільною кількістю спінів аналітично та за допомогою квантових комп'ютерів фірми ІВМ. Написання квантового протоколу для утворення графових станів, які генеруються операторами еволюції з різними спіновими гамільтоніанами (гамільтоніан Ізінга та Гайзенберга). Обчислення міри запутаності таких графових спінових станів та встановлення її зв'язку з характеристиками відповідних графів. Написання квантових протоколів для операторів еволюції спінових систем з різними типами взаємодії. Визначення геометричних характеристик, таких як кривизна та кручення для станів еволюції спінових систем, які описуються моделями Ізінга та Гайзенберга, за допомогою квантових комп'ютерів. Встановлення зв'язку кривизни та кручення з запутаністю квантових станів. Моделювання спінових фізичних систем, які описуються гамільтоніанами з комплексними параметрами. Знаходження нулів часових кореляційних функцій спінових систем та нулів статистичної суми за допомогою квантових обчислень. Моделювання спінової мережі, яка описує квантований простір, на квантових комп'ютерах та встановлення ефектів квантованості простору у властивостях спінових систем за допомогою квантових обчислень.

4.2. Основні завдання Проєкту (до 400 знаків)

Для досягнення мети досліджень поставлено такі завдання: отримати вираз для двочастинної геометричної міри запутаності для чистих та змішаних станів систем з довільною кількістю спінів; написати квантовий протокол для знаходження двочастинної геометричної міри запутаності чистих та змішаних станів систем багатьох спінів та реалізувати його на квантових комп'ютерах фірми ІВМ (доступ до комп'ютерів через інтернет); створити квантові протоколи, які відповідають операторам еволюції з різними спіновими гамільтоніанами (гамільтоніан Гайзенберга, Ізінга); утворити графові стани, які генеруються операторами еволюції з гамільтоніанами спінових систем з різними типами взаємодії на квантових комп'ютерах; обчислити геометричну міру запутаності відповідних графових станів та знайти її зв'язок з параметрами графів такими як ступінь вузла (degree of a node) та ступінь посередності (betweenness centrality); знайти середні квадратичні, кубічні та четверні флуктуації енергії спінових систем, які описуються спіновими моделями з різними типами взаємодії; на основі зв'язку цих флуктуацій енергії з геометричними характеристиками еволюційних квантових станів обчислити кривизну та кручення станів спінових систем під час еволюції; написати квантові протоколи для моделювання спінових систем, які описуються гамільтоніанами з комплексними параметрами; реалізувати такі протоколи на квантових комп'ютерах, обчислити нулі кореляційних функцій та знайти нулі статистичної суми спінових систем; також на квантових комп'ютерах, провести моделювання спінових мереж, які описують квантований простір, та квантових систем у квантованому просторі; дослідити вплив особливостей структури квантованого простору на властивості фізичних систем аналітично та за допомогою квантових обчислень.

4.3. Детальний зміст Проєкту:

- Сучасний стан проблеми (до 400 знаків)

Багато уваги приділяється дослідженню графових станів на квантових комп'ютерах (див., для прикладу, [J. C. Adcock, Nature Communications 10, 3528 (2019); Alba Cervera-Lierta et al Phys. Rev. A 100, 022342, 2019]). Знайдено заплутаність графових станів, утворених за допомогою двокубітного контророльованого Z-оператора [Yuanhao Wang et al npj Quant. Inf. 4, 46 (2018)]. Досліджено геометрія станів спінових систем під час їх еволюції [Erik Sjövqvist, Phys. Rev. Research 2, 013344 (2020); F. M. Ciaglia et al Quantum Physics and Geometry. Lecture Notes of the Unione Matematica Italiana, vol 25. Springer, Cham (2019)].

- Новизна Проєкту (до 400 знаків)

У проєкті вперше обчислено на квантовому комп'ютері геометричну міру заплутаності графових станів, які генеруються оператором еволюції з гамільтоніаном Ізінга та Гайзенберга. Вперше знайдено зв'язок заплутаності графових станів з характеристиками відповідних графів. Вперше на квантовому комп'ютері досліджено геометричні характеристики станів еволюції спінових систем, які описуються моделлю Ізінга та моделлю Гайзенберга.

Методологія дослідження (до 400 знаків)

У проєкті використано квантовомеханічні методи досліджень, а також методи квантового програмування. При знаходженні геометричної міри заплутаності використано її зв'язок з середнім значенням спіна. Для знаходження геометричних характеристик еволюційних станів використано їх зв'язок з середніми квадратичними, кубічними та четверними флуктуаціями енергії. Запропоновано метод вимірювання цих флуктуацій на квантовому комп'ютері.

5. ОТРИМАНІ НАУКОВІ АБО НАУКОВО-ТЕХНІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 2 сторінок) в поточному році/ в рамках реалізації Проєкту, зокрема:

5.1. Опис наукових або науково-технічних результатів, отриманих в рамках виконання Проєкту (із зазначенням їх якісних та кількісних (технічних) характеристик)

Розраховано кривизну та кручення еволюційних станів спінових систем, які описуються моделлю Ізінга та Гайзенберга аналітично та на квантовому комп'ютері. Встановлено зв'язок геометричних характеристик із заплутаністю квантових станів. Обчислено геометричні характеристики еволюційних квантових графових станів та встановлено їх зв'язок з властивостями графів. Запропоновано протоколи, які дозволяють на квантовому комп'ютері визначити відстані в гільбертовому просторі між чистими і змішаними станами. Ми застосували ці протоколи для виміру відстаней між станами, що досягаються під час еволюції спіна $1/2$ в магнітному полі і системи спінів, що описується моделлю Ізінга. Отримано вираз для стійкості, як міри заплутаності для станів двох кубітів, врахувавши геометричні характеристики простору квантових станів та означення узгодженості.

Знайдено спосіб кількісної оцінки геометричної міри заплутаності неперервних графових станів системи гармонічних осциляторів. Ми показали, що заплутаність окремого гармонічного осцилятора залежить від значення ступеня вузла, який представляє його. Отже, існує кореляція заплутаності гармонійного осцилятора з кількістю ребер, що виходять з відповідної вершини в графі. Запропоновано квантові протоколи для приготування графових станів спінових систем з взаємодією Гайзенберга на квантовому комп'ютері та знаходження їх заплутаності. Квантові протоколи реалізовано на квантовому комп'ютері компанії IBM *ibmq-bogota* для графових станів спінових систем з взаємодією Гайзенберга. Обчислено заплутаність графових квантових станів спінових систем з взаємодією Ізінга на квантовому комп'ютері *ibmq-bogota*. Встановлено зв'язок геометричної міри заплутаності спіна зі ступенем вузла, який йому відповідає на графі. Результати квантових обчислень добре узгоджуються з аналітичними. Запропоновано спосіб побудови змішаних графових станів спінових систем з взаємодією Ізінга з включенням флуктуюючого магнітного поля.

Розроблено ефективний метод визначення на квантовому комп'ютері енергетичних рівнів довільних спінових систем на основі дослідження еволюції середнього значення пробного спіна. На основі запропонованого методу знайдено енергетичні рівні ланцюжка спінів у магнітному полі, трикутного спінового кластера з ізотропною та анізотропною взаємодіями, моделі Ізінга на квадратній ґратці у магнітному полі. Метод відкриває можливості для досягнення квантової переваги у роз'язанні задач на знаходження енергетичних рівнів багатоспінових систем на багатокубітних квантових комп'ютерах.

5.2. За наявності науково-технічної продукції обґрунтування її переваг у порівнянні з існуючими аналогами

За результатами наукових досліджень підготовлено наукові звіти, опубліковано 6 статей у журналах, які належать до Q1, Q2:

1. Gnatenko Kh. P., Laba H. P., Tkachuk V. M. Energy levels estimation on a quantum computer by evolution of a physical quantity // *Phys. Lett. A* 2022. Vol. 424, Art. 127843 7 p.
2. Gnatenko Kh. P., Tkachuk V. M. Entanglement of graph states of spin system with Ising interaction and its quantifying on IBM's quantum computer // *Phys. Lett. A*. 2021. Vol. 396. Art. 127248.
3. Kuzmak A. R. Measuring distance between quantum states on a quantum computer // *Quantum Inf. Process.* 2021. Vol. 20, No. 8. Art. 269. 18 p.
4. Kuzmak A. R., Tkachuk V. M. Measuring entanglement of a rank-2 mixed state prepared on a quantum computer // *Eur. Phys. J. Plus.* 2021. Vol. 136, No. 5. Art. 564. 12 p.
5. Krynytskyi Yu. S., Kuzmak A. R. Derivation of the robustness from the concurrence // *Mod. Phys. Lett. A.*— 2021.— Vol. 36, No. 23. Art. 2150166. 12 p. 4.
6. Gnatenko Kh. P., Susulovska N. A. Geometric measure of entanglement of multi-qubit graph states and its detection on a quantum computer *EPL (Europhysics Letters)* 2021. DOI: 10.1209/0295-5075/ac419b.

2 статті в матеріалах конференції:

1. Gnatenko Kh. P., Laba H. P., Tkachuk V. M. Detecting energy levels of spin systems on IBM's quantum computer by evolution of mean value of physical quantity 2021 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE), Broomfield, CO, USA DOI: 10.1109/QCE52317.2021.00065.
2. Susulovska N., Gnatenko Kh. Quantifying geometric measure of entanglement of multi-qubit graph states on the IBM's quantum computer 2021 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE), Broomfield, CO, USA DOI: 10.1109/QCE52317.2021.00080

3 препринти

1. Gnatenko Kh. P., Laba H. P., Tkachuk V. M. Detection of energy levels of a spin system on a quantum computer by probe spin evolution 2021. arXiv:2109.11400 (надіслано до Quantum Science and Technology 13.12.2021).
2. Gnatenko Kh. P., Tkachuk V. M., Krasnytska M., Holovatch Yu. 59 60 Continuous variable graph states: entanglement and graph properties // arXiv:2112.06059 (2021). (надіслано до Physics Letters A 13.12.2021).
3. Gnatenko Kh. P., Laba H. P., Tkachuk V. M. Geometric properties of evolutionary graph states and their detection on a quantum computer, arXiv:2108.12909.

Перевагою графових станів побудованих в цій роботі є їх зв'язок з еволюцією фізичних систем. Отриманий зв'язок заплутаності квантових графових станів з властивостями графів дозволяє розробити нові методи для генерації заплутаності станів у квантових системах. Результати дослідження геометричних властивостей еволюційних квантових станів дозволяють створити умови для оптимізації квантових обчислень. Перевагою запропонованого методу та відповідних квантових протоколів для знаходження енергетичних рівнів квантових систем на

квантовому комп'ютері є його стійкість до шумів квантового комп'ютера, що з їх дальшим розвитком квантових процесорів дозволить досягнути квантової переваги.

5.3. Практична цінність отриманих результатів реалізації Проєкту для економіки та суспільства (стосується проєктів, що передбачають проведення прикладних наукових досліджень і науково-технічних розробок)

Дослідження мають фундаментальний характер.

5.4. Опис шляхів та способів подальшого використання результатів виконання Проєкту в суспільній практиці.

Результати науково-дослідної роботи можуть бути використані в науково-експериментальній стороні життя суспільства. Запропоновані квантові протоколи для побудови квантових графових станів спінових систем з різними типами взаємодії та дослідження їх заплутаності можуть бути використаними для розв'язання задач квантового машинного навчання, у алгоритмах корекції квантових помилок. Розроблений метод знаходження енергетичних рівнів спінових систем може бути використаний для вивчення багатоспінових систем за допомогою квантових обчислень та для розв'язання оптимізаційних задач. Метод відкриває можливості для досягнення квантової переваги у розв'язанні задач на знаходження енергетичних рівнів багатоспінових систем на багатобітних квантових комп'ютерах.

Науковий керівник Проєкту

Завідувач кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука, проф.

(посада)

Ткачук В. М.

ПІБ



(підпис)