

УДК 530.145+537.31

№ держ. реєстрації 0121U112616

Інв. № _____

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Донецький фізико-технічний інститут імені О.О. Галкіна

03028, м. Київ, бул. Науки, 46

тел./факс: (044)524-04-80, E-mail: donfti.nanu@ukr.net – Код ЄДРПОУ 05420497

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор ДонФТІ НАН України,
доктор технічних наук, професор
В.О. Білошенко
М.П.



» грудня 2021 р.

ЗВІТ

про науково-дослідну роботу

за договором від 26 липня 2021 року № 214/Ф81/41396

**КОНТРОЛЬОВАНА ПЕРЕДАЧА КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ
В НАДПРОВІДНИХ МЕРЕЖАХ
(заключний)**

грантова підтримка Національного фонду досліджень України у межах Спільного конкурсу Ф81 науково-дослідних проєктів Державного фонду фундаментальних досліджень (ДФФД) і Німецького дослідницького співтовариства (DFG)

Керівник НДР,
канд. фіз.-мат. наук

Житлухіна О.С.

Київ – 2021

Рукопис закінчено 09 грудня 2021 р.

Результати НДР розглянуто на засіданні вченої ради
ДонФТІ НАН України, протокол від 10 грудня 2021 р. № 9

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР,
старший науковий
співробітник,
канд. фіз.-мат. наук

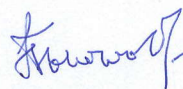


О.С. Житлухіна
(вступ, розділи 1-4, висновки)

09.12.21

Відповідальний виконавець:

Завідувач лабораторії,
доктор фіз.-мат. наук,
професор



М.О. Білоголовський
(розділи 1, 2, 4)

09.12.21

Виконавці:

Науковий співробітник,
канд. техн. наук



В.Ю. Дмитренко
(розділи 2,3)

09.12.21

Молодший науковий
співробітник



О.О. Болясова
(розділ 3)

09.12.21

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 100 с., 21 рис., 65 джерел, 1 додаток.

КВАНТОВА ІНФОРМАЦІЯ, НАДПРОВІДНІ ГЕТЕРОСТРУКТУРИ, БАЛІСТИЧНИЙ ТРАНСПОРТ, ДЕКОГЕРЕНЦІЯ

Об'єкт дослідження. Гібридні квантові мережі, багатошарові надпровідні структури, квантовий транспорт, ефекти декогеренції.

Предмет дослідження. Квантовий транспорт в гібридних гетероструктурах на основі нанорозмірних металевих плівок з надпровідним упорядкуванням; передача квантової інформації, кодованої в квазічастинкових зарядах; розробка нових елементів надпровідних мереж.

Мета дослідження. Розробка та вдосконалення компонентів надпровідних мереж для обробки та контрольованої передачі квантової інформації, закодованої в квантовому стані квазічастинкових збуджень; з'ясування природи квантового транспорту в складних гетероструктурах з гібридними багатошаровими зв'язками.

Методи дослідження. Методи теорії зарядового розсіювання в складних гетероструктурах для розрахунків транспортних характеристик надпровідних мереж в балістичному наближенні і впливу на них ефектів декогеренції.

Основні результати роботи. Запропоновано оригінальну методику розрахунку транспортних характеристик багатошарових гібридних структур на основі надпровідників, яку узагальнено на випадок багатотермінальних мезоскопічних провідників. Запропоновано новий спосіб визначення топологічно захищених крайових струмів у квантових матеріалах, який дозволяє просторово розділити провідні канали в кільці з даного матеріалу на об'ємні і крайові і порівняти виміряні спектри диференціальної провідності з теоретично очікуваними. Метод базується на новій модифікації скануючого зондового мікроскопу з двома вістрями, один із котрих знаходиться в надпровідному стані, завдяки чому суттєво підвищується чутливість

даного пристрою до квантових кореляцій, що формують специфіку квантово-когерентного транспорту в досліджуваних матеріалах. Узагальнено формалізм зарядового розсіювання в надпровідних гетероструктурах на випадок темпоральних процесів і проаналізовано залежний від часу транспорт хвильових пакетів крізь елементи надпровідної мережі. Теоретично показано, що відповідний вибір вхідного хвильового пакету дозволяє контролювати співвідношення вихідних зарядів за допомогою феноменологічного параметру, який встановлює новий енергетичний масштаб у хвильовому пакеті, синтезованому із хвильових функцій для вільних електронів з різними хвильовими числами. З'ясовано теоретично вплив непружної взаємодії квазічастинкових збуджень із зовнішніми ступенями свободи (декогеренції) на транспортні характеристики гібридних систем. Показано, що аналіз ймовірності проходження та/або зворотного розсіювання квазічастинок в квантових мережах на основі надпровідників дозволяє отримати детальну інформацію щодо ступеня декогеренції квазічастинкових станів в нормальному міжбар'єрному прошарку та фізичної природи цього явища.

Умови отримання звіту: за договором.

03028, м. Київ, пр. Науки, 46, ДонФТІ ім. О.О. Галкіна НАН України

ABSTRACT

NRFU report: 100 p., 21 fig., 65 sources, 1 appendix.

QUANTUM INFORMATION, SUPERCONDUCTING HETEROSTRUCTURES,
BALLISTIC TRANSPORT, DECOHERENCE

The object of the research. Hybrid quantum networks, multilayered superconducting structures, quantum transport, decoherence effects.

The subject of the research. Quantum transport in hybrid heterostructures based on nanoscale metal films with superconducting ordering; transmission of quantum information encoded in quasiparticle charges; development of novel elements of superconducting networks.

The purpose of the research. Development and improvement of superconducting network components for processing and controlled transmission of quantum information encoded in the quantum state of quasiparticle excitations; elucidation of the nature of quantum transport in complex heterostructures with hybrid multilayer links.

Research methods. Charge scattering theory applied to complex heterostructures for calculations of transport characteristics of superconducting networks in the ballistic approach and the impact of decoherence effects on them.

The main results of the work. An original method for calculating transport characteristics of multilayered hybrid structures based on superconductors is proposed, which is generalized to the case of multi-terminal mesoscopic conductors. A new approach for revealing topologically protected edge currents in quantum materials is proposed, which allows to divide spatially the conductive channels in the material's ring into bulk and edge ones and compare the measured differential conductivity spectra with the theoretically expected characteristics. The novel method is based on a modification of a scanning probe microscope with two tips, one of which is in the superconducting state, which significantly increases the sensitivity of the device to quantum correlations forming the specifics of

quantum coherent transport in the materials under study. The charge scattering formalism in superconducting heterostructures is generalized to the case of temporal processes and the time-dependent transport of wave packets through the elements of the superconducting network is analyzed. It is shown theoretically that the appropriate choice of the input wave packet allows to control the ratio of output charges using a phenomenological parameter that sets a new energy scale in the wave packet synthesized from wave functions for free electrons with different wave numbers. The effect of an inelastic interaction of quasiparticle excitations with external degrees of freedom (decoherence) on transport characteristics of hybrid systems is theoretically clarified. It is shown that the analysis of the probability of passage and/or backscattering of quasiparticles in quantum networks based on superconductors allows to obtain detailed information on the degree of decoherence of quasiparticle states in the normal interbarrier layer and the physical nature of this phenomenon.

Conditions of receipt of the report: under the contract.

03028, Kyiv, 46 Nauki Ave., DonFTI named after O.O. Galkin, National Academy of Sciences of Ukraine

ЗМІСТ

СПИСОК АВТОРІВ	2
РЕФЕРАТ	3
ABSTRACT	5
ЗМІСТ	7
ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ.....	9
ВСТУП.....	11
1. СТВОРЕННЯ МЕТОДУ РОЗРАХУНКІВ І ОТРИМАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ВИРАЗІВ ДЛЯ ТРАНСПОРТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАГАТОТЕРМІНАЛЬНИХ МЕЗОСКОПІЧНИХ СИСТЕМ	17
1.1 Стан проблеми	17
1.2 Квантово-механічний транспорт крізь металеві та діелектричні шари.....	20
1.3 Розмірні ефекти в транспортних характеристиках планарних гетероструктур ...	37
1.4 Узагальнення запропонованого методу розрахунку транспортних характеристик на випадок багатотермінальних систем	44
2. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ПРОВІДНОСТІ І ДРОБОВОГО ШУМУ НАДПРОВІДНИХ КВАНТОВИХ ІНТЕРФЕРОМЕТРІВ НА ОСНОВІ ТОПОЛОГІЧНО ЗАХИЩЕНИХ КРАЙОВИХ СТАНІВ.....	56
2.1 Стан проблеми	56
2.2 Теоретична модель	58
2.3 Чисельні результати і їхнє обговорення	62
3. УЗАГАЛЬНЕННЯ ФОРМАЛІЗМУ ЗАРЯДОВОГО РОЗСІЮВАННЯ ДЛЯ НАДПРОВІДНИХ ГЕТЕРОСТРУКТУР НА ВИПАДОК ТЕМПОРАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ. АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОГО ВІД ЧАСУ ТРАНСПОРТУ ХВИЛЬОВИХ ПАКЕТІВ КРІЗЬ ЕЛЕМЕНТИ НАДПРОВІДНОЇ МЕРЕЖІ.....	68
3.1 Стан проблеми	68

3.2 Ідентифікація оптимального хвильового пакету для реалізації мобільного кубіту	71
3.3 Самокерована передача квантової інформації через гібридні гетероструктури на основі надпровідників.....	75
4. МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА НА ЗАРЯДОВИЙ ТРАНСПОРТ В НАДПРОВІДНИХ МЕРЕЖАХ.....	82
4.1 Стан проблеми	82
4.2 Ефекти декогеренції в хвильових пакетах: напівкласичне наближення	84
4.3 Вплив ефекту декогеренції на квантовий транспорт хвильових пакетів	86
ВИСНОВКИ.....	92
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	94
Додаток 1. Список опублікованих праць за результатами виконання проєкту.....	100

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ

e – електрон

h – дірка

I – ізолятор

N – нормальний (ненадпровідний) метал

S – надпровідник

$A(r)$ – векторний потенціал

D – коефіцієнт проходження

d – товщина

e – елементарний заряд

E – енергія

E_F – енергія Фермі

$f(\varepsilon)$ – функція розподілу Фермі

F – фактор Фано

G – диференціальна провідність

I – електричний струм

I - V – вольт-амперна характеристика

$K(b, a)$ – амплітуда ймовірності

k_F – хвильове число Фермі

L – довжина

l_e – довжина вільного пробігу заряду

m – електронна маса

p_F – імпульс Фермі

q – заряд

R – коефіцієнт відбиття

S – матриця розсіювання

$S(\omega)$ – спектральна щільність шуму

T – температура

T_c – температура переходу до надпровідного стану

t – час

$U(x)$ – потенціал розсіювання

V – електрична напруга

Δ – енергетична щілина

Φ – магнітний потік

μ – хімічний потенціал

ξ – довжина когерентності

ВСТУП

Транспорт квазічастинкових збуджень відіграє центральну роль у фізиці конденсованого стану та дає можливість зрозуміти фундаментальні електронні властивості різноманітних матеріалів. Відповідні дослідження важливі також і з практичної точки зору, оскільки транспортні ефекти залишаються одними з основних практичних застосувань сучасної техніки. На основі кінетичних рівнянь для розподілу квазічастинок теорія зарядового транспорту Больцмана дозволяє описати напівкласичні транспортні явища. Що стосується цілком квантового підходу, то в цьому випадку електрична провідність аналізується за допомогою теорії лінійного відгуку, яка розглядає зовнішнє поле як збурення системи в умовах, близьких до теплової рівноваги. Серед її успішних застосувань, зокрема, квантовий ефект Холла, в якому ключову роль відіграє топологія хвильових функцій.

Найбільш відомий *квантовий* підхід до явища електронної провідності в складних гетероструктурах базується на формулі Ландауера, яка використовує ідеї теорії розсіювання і аналізує експериментальні ситуації, коли система, що досліджується, приєднана до електродів з різним рівнем електричних потенціалів. Цей підхід став надзвичайно популярним завдяки тому, що він дозволяє отримати достатньо повну інформацію щодо основних факторів, які впливають на квантовий транспорт в гібридних мезоскопічних зразках, наприклад, в квантово-точкових контактах, металевих і напівпровідникових квазіодновимірних дротах та вуглецевих нанотрубках. Формула Ландауера також описує андерсонівську локалізацію в розупорядкованих системах, яка є наслідком хвильової природи електронів. Крім того, вона пояснює електронний транспорт у топологічних матеріалах, в тому числі в графені, дозволяє зрозуміти таку статистичну поведінку транспортних властивостей як, наприклад, універсальні флуктуації провідності. Ще однією перевагою формули Ландауера є її застосовність до транспортного режиму, далекого від рівноважного, коли важливу роль грають такі фактори як дробовий шум чи дисипативні ефекти.

В першому розділі звіту ми пропонуємо *методику* розрахунку транспортних характеристик багатошарових гібридних структур, для чого узагальнюємо результати, отримані раніше для підходу Ландауера щодо двотермінальної схеми вимірювань, на випадок багатотермінальних мезоскопічних провідників. Основні формули, отримані нами, мають достатньо простий вигляд, придатний для безпосереднього порівняння з експериментом, з мінімальним числом підгінних параметрів.

Зараз вже добре відомо, що квантово-механічні явища, пов'язані зі специфікою руху елементарних зарядів в електромагнітних полях (фазова когерентність, інтерференція, тощо) та особливими властивостями впорядкованих твердих тіл (зонна структура, фазові переходи, тощо), дозволяють створювати нові квантові матеріали, основні властивості котрих визначаються сильними електронними кореляціями та/або певним типом електронного порядку, наприклад, надпровідним чи магнітним. Протягом останнього десятиліття, завдяки своїй безпрецедентній просторовій роздільній здатності та високоточній спектроскопії електронних станів, скануюча зондова мікроскопія стала потужним інструментом дослідження мікротопографії й локальних електронних властивостей поверхні квантових матеріалів. На цей час жодне дослідження в області фізики поверхні та тонкоплівкових технологій не обходиться без застосування зазначеної методики. Принцип роботи такого пристрою заснований на явищі квантового тунелювання електронів у зовнішньому електричному полі через вузький потенціальний бар'єр, створений непровідним вакуумним зазором між металевим зондом і провідним зразком. Експоненціальна залежність тунельного струму від товщини бар'єру дозволяє здійснювати регулювання відстані між зондом і зразком з дуже високою точністю за допомогою електромеханічної системи з негативним зворотнім зв'язком. Зокрема, це може бути і прямий контакт між зондом і зразком. Зондом служить тонке металеве вістря, змонтоване на електромеханічному приводі. Просторова роздільна здатність по нормалі до поверхні досягає одного ангстрему і навіть менше, а латеральна залежить від якості зонду й визначається, в основному, його атомарною структурою.

Такі експерименти дозволяють отримати ймовірність D зарядового транспорту в різних напрямках досліджуваного матеріалу, яка, в свою чергу, дуже чутлива до квантової фази хвильової функції електронних збуджень в квантовому матеріалі. Для цього потрібна модифікація скануючого зондового мікроскопу, яка має полягати у наявності не одного, а двох незалежно керованих зондів, що знаходяться в безпосередньому контакті з досліджуваним зразком і включені послідовно у відповідний електричний ланцюг з джерелом електричної напруги. Під впливом електричної напруги в такому пристрої виникне зарядовий струм через приповерхневу ділянку квантового матеріалу між двома зондами. Зміна їхнього розташування дозволить дослідити ефекти квантової інтерференції при протіканні струму через окремі частини провідника на нанометровому масштабі.

У **другому розділі** звіту ми пропонуємо нову модифікацію скануючого зондового мікроскопу з двома вістрями, в якій один із зондів знаходиться в надпровідному стані, завдяки чому суттєво підвищується чутливість даного пристрою до квантових кореляцій, які формують специфіку квантово-когерентного транспорту в досліджуваних матеріалах. Причина цього полягає у нелінійній залежності густини елементарних збуджень в надпровіднику від енергії в районі енергетичної щілини. Реалізація запропонованих експериментів буде здійснюватися німецькими колегами в Університеті імені Фрідріха Шиллера.

Одночасно з бурхливим розвитком нанотехнологій і виготовленням нових квантових пристроїв стала можливою передача квантової інформації на значні відстані. Для реалізації цього необхідно генерувати, контролювати, маніпулювати та зберігати квантові стани, а також їхні суперпозиції. Одним із наріжних каменів для забезпечення новітніх квантових технологій є оптимальний квантовий контроль, який має забезпечити систематичний спосіб керування перехідними процесами в динамічній системі із заданого початкового стану в потрібний цільовий стан з мінімальними витратами енергії та ресурсів. Це завдання стосується, зокрема, обробки квантової інформації, що дозволить реалізувати набагато більш потужні

інформаційні системи, ніж існують на цей час. В залежності від квантово-інформаційного носія, який використовується для передачі квантових даних через канали (заряд, спін, поляризація або інша фізична характеристика), ця інформація може кодуватися у вигляді різних кубітів. Їх кероване та послідовне маніпулювання все ще залишається важливим завданням сучасних квантових технологій.

Шлях, обраний нами, полягає у розробці порівняно простих *трьох-термінальних* нанорозмірних пристроїв в якості елементарних будівельних блоків майбутніх квантових мереж, здатних керувати передачею заряду із одного місця до іншого зі ступенем точності, що дорівнює тому, який досягнуто на цей час за допомогою сучасних електронних компонентів, які використовують класичні підходи і класичні матеріали.

У **третьому розділі** звіту ми демонструємо, що застосування твердотільної технології можливо за допомогою одновимірних металевих дротів з надпровідними вставками. Ми узагальнюємо формалізм зарядового розсіювання для надпровідних гетероструктур, запропонований в першому розділі, на випадок темпоральних процесів і аналізуємо залежний від часу транспорт хвильових пакетів крізь елементи надпровідної мережі.

Основною перешкодою на зазначеному вище шляху твердотільної передачі квантової інформації є вплив навколишнього середовища на квантовий транспорт квазічастинкових збуджень у відповідних мережах, а саме, *декогеренція*. Застосування квантової фізики до обробки інформації трансформувало природу інтересу до процесу декогеренції як механізму ефективного опису класичних систем, які в своїй основі базуються на квантових законах. В процесі обробки квантової інформації декогеренція грає двояку роль. Перш за все, вона несе загрозу втратити квантовий зміст інформації, що передається, оскільки руйнує квантові суперпозиції і таким чином перетворює квантові комп'ютери в класичні (і це ще в кращому випадку), знищуючи величезні можливості, що надаються специфічними квантовими алгоритмами. Проте в той же час декогеренція є необхідним елементом обробки

квантової інформації, який повинен, в решті-решт, забезпечувати завершення факту її транспортування.

Придатна для аналізу модель впливу навколишнього середовища на квантовий транспорт являє собою набір гармонійних осциляторів або (що еквівалентно) квантове поле. Цей ефект має своїм наслідком миттєву локалізацію квантової частинки і відповідно появу у неї класичної траєкторії, тобто призводить до класичних рівнянь руху в тому випадку, коли \hbar може розглядатися як мала величина. Вищенаведені аргументи показують, що декогеренція і перехід від квантової межі до класичної є неминучим наслідком «розчинення» квантової мікроскопічної системи в її оточенні. При цьому ключові наслідки цього процесу не залежать від специфічних властивостей певної теоретичної моделі.

В **четвертому розділі** звіту ми пропонуємо відповідну модель і аналізуємо можливий вплив навколишнього середовища на зарядовий транспорт в надпровідних мережах на основі результатів, отриманих в попередніх розділах звіту для суто квантового процесу переносу інформації. Основним завданням майбутніх спільних досліджень разом з німецькими колегами із Університету імені Фрідріха Шиллера будуть перевірка наших модельних припущень за допомогою експериментів по впливу непружних процесів зарядового розсіювання на транспортні характеристики багат шарових мультитермінальних пристроїв та більш складних елементів надпровідної мережи.

За результатами виконання НДР в 2021 році прийнято до друку **дві спільні статті** і **дві публікації в матеріалах наукових конференцій**:

1. Belogolovskii M., Zhitlukhina E., Seidel P. Probing long-range current-carrying edge modes by two quantum point contacts. *Low Temperature Physics*. 2021. V. 47. Issue 12.
2. Zhitlukhina E., Seidel P. Detecting helical Andreev edge states by shot-noise measurements. *Металофізика та новітні технології*. 2022. Т. 44. Вип. 2 (прийнято до друку).

3. Boliasova O, Zhitlukhina E., Seidel P. Scanning shot-noise spectroscopy of robust edge currents in topological materials. *School-Conference of Young Scientists "Modern material science: physics, chemistry, technology" (MMSPCT – 2021)*, October 4 – 8, 2021, Uzhgorod, Ukraine, p. 209-210.
4. Zhitlukhina E., Belogolovskii M., Seidel P. Self-directed quantum information transfer via wave packets. *XVII International Scientific Conference "Electronics and applied physics" (APHYS 2021)*, October 19 – 23, 2021, Kyiv, Ukraine (прийнято до друку).

Окрім того, виконавців даного проєкту було запрошено для участі в двох європейських наукових конференціях - European Quantum Technologies Virtual Conference та (Hyper)Complex Seminar 2021:

1. Belogolovskii M., Zhitlukhina E., Seidel P. Quantum effects in the persistent edge state transport. *2nd European Quantum Technologies Virtual Conference (EQTC)*, November 29 – December 2, 2021, Dublin, Ireland.
2. Belogolovskii M. Multilayered Josephson junctions for quantum sensing. *(Hyper)Complex Seminar 2021*, November 11-14, 2021, Poznań, Poland.

1. СТВОРЕННЯ МЕТОДУ РОЗРАХУНКІВ І ОТРИМАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ВИРАЗІВ ДЛЯ ТРАНСПОРТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАГАТОТЕРМІНАЛЬНИХ МЕЗОСКОПІЧНИХ СИСТЕМ

1.1 Стан проблеми

Однією з найзначніших відмінностей квантової механіки від класичної є принцип суперпозиції - якщо квантова система може перебувати в стані, що описується вектором $|1\rangle$, і в стані, що описується вектором $|2\rangle$, то вона може перебувати також і в стані, що є лінійною комбінацією цих двох з відповідними комплексними коефіцієнтами. Генерування та виявлення заплутаності електронних станів має великий науковий інтерес, оскільки дозволяє широкомасштабне впровадження квантової інформаційної та обчислювальної схеми. Для реалізації цих можливостей необхідно генерувати, контролювати, маніпулювати і зберігати квантові стани та їх суперпозиції. Це завдання має своєю метою, насамперед, розповсюдження квантової інформації в квантовому каналі і наступну обробку отриманих даних [1]. У даному розділі ми аналізуємо процес розповсюдження квазічастинкових збуджень у двотермінальних мезоскопічних структурах, а далі узагальнюємо ці результати на випадок багатотермінальних систем, демонструючи це на прикладі трьохтермінального квантового розгалужувача, утвореного трьома квантовими каналами (нормальними і надпровідними), які сходяться в одній точці з довільним потенціалом розсіювання. Наявність надпровідних матеріалів надає суттєвих переваг таким пристроям, оскільки навіть малі електричні напруги порядку надпровідних щілин можуть радикально модифікувати розподіл зарядового транспорту в даній структурі. Більш того, використання тільки надпровідних дротів дозволяє збільшити розмір вузла, який в цьому випадку визначається найменшою довжиною надпровідної когерентності ξ , що може значно перевищувати розмір вузла в нормальному стані, який дозволяє зберегти квантову когерентність сигналу. Таким чином можна

реалізувати ефективний квантовий контроль і керування транспортними процесами в динамічній квантовій системі з мінімальними витратами енергії та ресурсів [2].

У мезоскопічній фізиці твердих тіл квантовий балістичний транспорт являє собою безперешкодний потік носіїв заряду (зазвичай електронів) на відносно великі відстані. Загалом, питомий опір матеріалу існує тому, що електрон, рухаючись усередині нього, розсіюється на домішках, дефектах, теплових коливаннях іонів у кристалічному твердому середовищі, тощо. Середню довжину вільного пробігу l_{el} частинки можна охарактеризувати як середню довжину, яку вона може вільно проходити до зіткнення, що змінює її імпульс. Середній вільний пробіг можна збільшити, зменшивши кількість домішок у кристалі або знизивши його температуру. Балістичний транспорт спостерігається у тих випадках, коли середній вільний пробіг частинки набагато довший за розмір середовища, через яке вона проходить. В такому разі частинка змінює свій рух тільки при зіткненні зі стінками. Балістична провідність зазвичай спостерігається в квазі-одновимірних структурах, таких як вуглецеві нанотрубки або кремнієві нанорозмірні провідники, через ефекти просторового квантування в цих матеріалах. Проте вона реалізується і в планарних гібридних гетероструктурах, які будуть аналізуватися далі.

Зауважимо, що балістична провідність відрізняється від надпровідності через відсутність у матеріалі ефекту Мейсснера. Балістичний провідник перестає проводити, якщо відповідна електрорушійна сила вимкнена, тоді як надпровідний струм продовжує текти і після відключення живлення. Балістична провідність, яка є когерентною у термінах хвильової механіки, дозволяє використовувати квантові властивості електронних хвильових функцій. Це стосується, зокрема, таких явищ як електронне тунелювання, просторові резонанси, квантування в магнітному полі, специфічні процеси на інтерфейсі нормальних і надпровідних металевих шарів, тощо.

Загально прийнятий шлях розрахунку фазово-когерентних транспортних характеристик багатошарових твердотільних систем полягає в обчисленні хвильових функцій носіїв струму для окремих шарів і наступній зшивці. При цьому коефіцієнт

проходження D квазічастинкових збуджень крізь гетероструктуру визначається як відношення щільності потоку ймовірності, який пройшов через нього, до щільності потоку падаючої хвилі, а коефіцієнт відбиття $R = 1 - D$ - як відношення щільностей потоку у відбитій і падаючій хвилі [3, 25]. Для досить великої кількості шарів з електронними характеристиками, що принципово відрізняються один від одного, такий розрахунок являє собою принаймні технічну проблему (у деяких випадках практично непереборну). Більш зручним і простим є квантово-механічний підхід, заснований на ідеях теорії розсіювання [4], а, саме, на введенні матриці розсіювання \mathbf{S} , що пов'язує амплітуди падаючих та відбитих квантово-механічних хвиль [5-7]. Ця ідея була успішно використана, зокрема, при дослідженні транспортних властивостей двобар'єрних систем [6] і процесів багаторазового андреєвського відбиття в контактах надпровідний метал – ізолятор – надпровідний метал [8,9]. Для подальшого розвитку теорії зарядового транспорту в багат шарових системах потрібна послідовна теоретична методика розрахунку основних характеристик зарядового транспорту в гетероструктурах, утворених провідними та діелектричними шарами.

Саме такий *єдиний* підхід до розрахунку транспортних властивостей багат шарових гібридних гетероструктур і був реалізований нами при виконанні даної НДР. Він базується на наочному графічному аналізі процесів багаторазового розсіювання квазічастинкових збуджень в планарних структурах, що було би подібно широко відомим діаграмам Фейнмана у квантовій теорії поля. Як відомо, найбільш наочну інтерпретацію вони здобувають у методі інтегралів по траєкторіях [10]. В основі цього підходу лежить припущення про те, що амплітуда ймовірності $K(b, a)$ переходу квантово-механічного об'єкта з початкового стану з координатами x_a в момент часу t_a у стан з координатами x_b у момент t_b дорівнює сумі амплітуд, що відповідають всім можливим траєкторіям, які зв'язують a й b . При цьому класична дія $S[x(t)]$ задає фазу, яка набігає при квантовій еволюції між двома фіксованими

кінцевими точками, що дорівнює інтегралу від лагранжіану уздовж відповідного шляху [11],

$$K(b, a) = C \sum \exp(iS[x(t)]/\hbar), \quad (1.1)$$

де C – нормувальна константа. Є два додаткових постулати в теорії [10]: (а) ймовірність того, що частинка виявиться в точці b , вийшовши з a , дорівнює квадрату амплітуди ймовірності $P(b, a) = |K(b, a)|^2$ і (б) якщо її рух є фазово-когерентним і складається з декількох ділянок, то амплітуда ймовірності проходження всього шляху дорівнює добутку амплітуд ймовірностей для окремих його частин. У тому випадку, коли в ході руху квантово-механічного об'єкту відбувається збій фази, останнє правило не виконується. Фейнман показав [10], що таке формулювання квантової механіки еквівалентно канонічному підходу та що амплітуда ймовірності, обчислена відповідно до зазначених правил, породжує рівняння Шредінгера для гамільтоніану, що відповідає даній дії.

Проте конкретні розрахунки за допомогою підходу Фейнмана зазвичай виявляються дуже складними технічно через необхідність обчислення інтегралів по всіх траєкторіях, що з'єднує точки a й b [10], число яких, загалом кажучи, нескінченно. Планарні системи із властивостями, які змінюються тільки уздовж напрямку, перпендикулярного площині розділу шарів - один з нечисленних прикладів, коли процедура обчислення сум (1.1) практично можлива. Запропонована нами методика розрахунку транспортних властивостей багат шарових систем і деякі її конкретні додатки описані в даному розділі звіту.

1.2 Квантово-механічний транспорт крізь металеві та діелектричні шари

Рис. 1.1 ілюструє основну ідею теорії розсіювання стосовно складних систем [3,4]. Припустимо, що гетероструктури складаються із двох резервуарів (L і R) з

хімічними потенціалами μ_L і μ_R , між якими перебуває область, що розсіює. У найпростішому випадку остання являє собою нанорозмірний шар ізолятора, однак (в принципі) може містити в собі також додаткові металеві та непровідні шари. У середині резервуарів електронні стани мають безліч непружних зіткнень, в результаті чого «втрачають пам'ять» про свої квантово-механічні фази. З боку резервуарів на область, що розсіює, падають дві електронні хвилі \hat{a}_L - ліворуч і \hat{a}_R - праворуч. У результаті взаємодії з нею утворюються дві хвилі в протилежних напрямках - \hat{b}_L до лівого резервуара й \hat{b}_R до правого. Електронні хвилі зв'язані матрицею розсіювання $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} r & t \\ t' & r' \end{pmatrix}$ так, що $\begin{pmatrix} \hat{b}_L \\ \hat{b}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_L \\ \hat{a}_R \end{pmatrix}$. Матриця \mathbf{S} має бути

унітарною, тобто ермітове-спряжена \mathbf{S}^+ дорівнює зворотній \mathbf{S}^{-1} . У цьому випадку абсолютна величина детермінанта матриці дорівнює одиниці та $rr' - tt' = \exp(i\gamma)$.

Таким чином, ми отримуємо

$$e^{-i\gamma} \begin{pmatrix} r' & -t' \\ -t & r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r^* & t^* \\ t'^* & r'^* \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

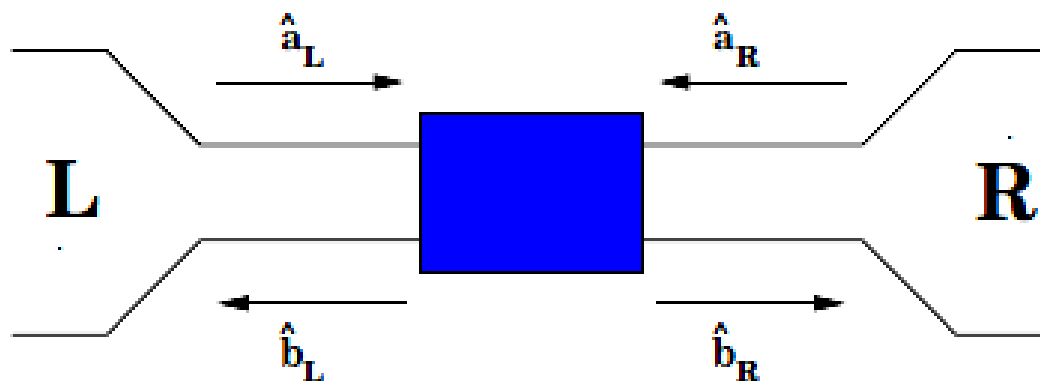


Рисунок 1.1 – Схематичне зображення області твердотільної гетероструктури, що розсіює електронні хвилі

Припустимо, що елементи матриці \mathbf{S} - дійсні числа. Тоді має виконуватися умова $t^2 + r^2 = 1$, звідки виходить, що $t = t'$, $r = -r'$ і $\gamma = \pi$. Як буде видно нижче, саме такий результат, зокрема, має місце при електронному розсіюванні на границі розділу двох металевих шарів. Інша можливість – це $t = -t'^*$ й $r = r'^*$, що справедливо для діелектричного бар'єру.

Якщо область, що розсіює, являє собою певну послідовність різних шарів, то відповідні елементи повної матриці розсіювання можуть бути розраховані наочним образом за допомогою підсумовування амплітуд ймовірностей розсіювання альтернативних подій. Виникаючі при цьому нескінченні суми досить легко обчислюються, оскільки зазвичай являють собою нескінченну геометричну прогресію. Основною же ідеєю, що радикально спрощує розрахунки, є послідовне знаходження амплітуд ймовірностей відповідно до ускладнення розглянутої структури, причому базовою структурною одиницею є двобар'єрна система. Для простих квантово-когерентних систем такий підхід приводить до тих же результатів, що й традиційна зшивка хвильових функцій на границях розділу середовищ. Однак запропонований нами метод набагато більш ефективний у разі, коли таких границь три або більше, тому що дозволяє уникнути громіздких (а іноді й практично нездійсненних) обчислень. Крім того, він дає можливість отримати принципово нові результати стосовно процесів декогеренції.

У рамках підходу, запропонованого Ландауером і Буттікером [12,13] транспортні властивості квантово-когерентного мезоскопічного провідника повністю визначаються набором коефіцієнтів проходження S_i , власних значень матриці розсіювання \mathbf{S} . Індекс i відповідає різним каналам провідності. Зокрема, у тривимірній планарній гетероструктурі він відповідає різним кутам падіння θ , які електронні імпульси утворюють із нормаллю до границь розділу шарів (вісь x). Щільність квазічастинкового струму I являє собою різницю двох потоків

квазічастинкових збуджень, що рухаються в даній системі з лівого боку до правого і, відповідно, з правого боку до лівого

$$I(V) = \frac{e}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E,V) [f_L(E) - f_R(E)], \quad (1.3)$$

де V - різниця електричних потенціалів, прикладених до двох резервуарів, $eV = \mu_L - \mu_R$, $D_{i,\sigma}(E,V)$ - ймовірності проходження електрону зі спином σ крізь дану структуру, які є власними значеннями матриці переходу, добутку матриці розсіювання на ермітово сполучену матрицю $\mathbf{S}\mathbf{S}^\dagger$, $f(E) = [1 + \exp((E - \mu)/k_B T)]^{-1}$ - фермієвська функція розподілу, що залежить від температури навколишнього середовища T та інших макроскопічних параметрів (у тому числі, значення хімічного потенціалу μ). Для дуже низьких температур із формули (1.3) маємо наступну залежність $I(V)$:

$$I(V) = \frac{e}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^{eV} dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E,V). \quad (1.4)$$

Визначимо далі диференціальну провідність гетероструктури, до якої прикладено напругу V , як $G(V) = dI(V)/dV$ та маємо наступне узагальнення формули Ландауера із роботи [12]

$$G(V) = \frac{e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E = eV). \quad (1.5)$$

Найчастіше це співвідношення приводять у тому виді, як воно була виведене Ландауером [12], а, саме, для одновірної задачі, коли є виродження по спіну, і для дуже малих напруг зсуву

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_i D_i \quad (1.6)$$

Крім залежності провідності від напруги $G(V)$, додаткову інформацію щодо характеру руху електричних зарядів через мезоскопічну гетероструктуру можна отримати з вимірів дробового шуму – флуктуацій напруги та струму, обумовлених дискретністю носіїв електричного заряду [6]. Будемо далі розглядати той випадок, коли до досліджуваної структури підведено тільки два контакти (двотермільні виміри) та обмежимося низькочастотною межею при обчисленні спектральної щільності шуму $S(\omega)$ - фур'є-образу кореляційної функції $S(t-t') = \langle \Delta I(t) \Delta I(t') \rangle$, де $\Delta I(t) = I(t) - \langle I(t) \rangle$ - флуктуації струму в часі. У загальному випадку при $\omega \rightarrow 0$ спектральна щільність дробового шуму являє собою суму двох доданків $S_{\text{eq}}(V)$ та $S_{\text{non-eq}}(V)$. Перший з них – це внесок рівноважних флуктуацій, які виникають внаслідок теплового руху носіїв струму в системі, через що на її кінцях з'являється флуктуюча різниця потенціалів (так званий шум Найквіста-Джонсона). Узагальнюючи результати роботи [6] на випадок планарних структур, ми одержимо, наступне рівняння:

$$S_{\text{eq}}(V) = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E, V) [f_L(E)(1-f_L(E)) + f_R(E)(1-f_R(E))]. \quad (1.7)$$

Другий доданок - нерівноважний внесок, що квадратичним образом залежить від різниці функцій розподілу у двох резервуарах:

$$S_{\text{non-eq}}(V) = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E,V) [1 - D_{i,\sigma}(E,V)] (f_L(E) - f_R(E))^2. \quad (1.8)$$

Саме він і буде цікавити нас надалі, і під $S(V)$ ми будемо розуміти цю частину спектральної щільності дробового шуму. Для дуже низьких температур маємо

$$S(V) = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^{eV} dE \int \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E,V) [1 - D_{i,\sigma}(E,V)]. \quad (1.9)$$

Для малих напруг і в одновимірному випадку, а також тоді, коли має місце виродження по спину, тобто в тому ж наближенні, у якому була отримана формула (1.6), знаходимо, що

$$S(V) = \frac{4e^3|V|}{h} \sum_i D_i(1 - D_i). \quad (1.10)$$

Якщо прозорості різних каналів провідності $D_i \ll 1$, тоді за допомогою рівняння (1.6) отримаємо відомий з літератури пуассонівський результат

$$S_P(V) = \frac{4e^3|V|}{h} \sum_i D_i = 2eG|V| = 2e|I|. \quad (1.11)$$

Як буде видно нижче, у планарних гетероструктурах з невзаємодіючими квазічастинковими збудженнями дробовий шум часто виявляється меншим ха

пуассонівську межу. Для того, щоб охарактеризувати цей ефект, вводять фактор Фано, який являє собою відношення дробового шуму $S(V)$ (1.9) до пуассонівського $S_p(V)$ (1.11):

$$F(V) = \frac{S(V)}{S_p(V)}. \quad (1.12)$$

Для одновимірного випадку, дуже малих напруг і при виродженні по спіну знаходимо, що

$$F = \frac{\sum_i D_i(1-D_i)}{\sum_i D_i}. \quad (1.13)$$

Ми бачимо, що фактор Фано змінюється від нуля, коли $D_i \equiv 1$, тобто всі канали повністю відкриті, до одиниці, коли все $D_i \ll 1$. Таким чином, виміри даного параметру дозволяють зробити висновок про характер електронного транспорту через досліджувану мезоскопічну систему.

Якщо температура вимірів істотна, тоді згідно (1.7) і (1.8) сумарні внески рівноважних і нерівноважних флуктуацій в дробовий шум в системі $S(V)$ і відповідний фактор Фано $F(V)$ дорівнюють

$$S(V) = \frac{4e^2}{h} \left[2k_B T \sum_i D_i^2 + e|V| \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \sum_i D_i(1-D_i) \right] \quad (1.14)$$

$$F(V) = \frac{\sum_i D_i^2 + \left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \sum_i D_i(1-D_i)}{\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \sum_i D_i}. \quad (1.15)$$

Далі ми проаналізуємо транспорт струму крізь окремі елементи твердотільної гетероструктури, що може містити в собі як шари досить великої товщини, які можна вважати макроскопічними, так і мезоскопічні об'єкти, квантово-механічні властивості яких, в остаточному підсумку, визначають квазічастинковий транспорт через всю систему, що розглядається.

Нанорозмірні діелектричні шари (I). У разі, коли хімічний потенціал гетероструктури попадає в область заборонених у діелектрику енергій, тоді хвильова функція електрону загасає всередині нього. Розглянемо спочатку найпростіше наближення прямокутного потенційного бар'єру висотою U_0 в одновимірній системі, утвореній двома однаковими металевими плівками з фермієвськими хвильовими векторами k_F та ізолюючим шаром товщиною d між ними. Його прозорість дорівнює згідно із стандартною квантово-механічною теорією [3, с.104]

$$D = \left[1 + \left(k_F^2 + \kappa^2 \right)^2 \text{sh}^2 \kappa d / (4k_F^2 \kappa^2) \right]^{-1}, \quad (1.16)$$

де $\kappa = \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} / \hbar$ визначає характерну глибину загасання хвильової функції електрону κ^{-1} , енергія \mathcal{E} , як і U_0 , рахується від рівня Ферми E_F . Для ізоляторів (наприклад, Al_2O_3) або широкозонних напівпровідників κ^{-1} порядку параметра кристалічної ґратки. Тому для спостереження електронного тунелювання необхідні діелектричні шари товщиною d не більше декількох нанометрів. ІВ такому разі $\kappa d \gg 1$ та

$$D = \frac{1}{1 + (k_F^2 + \kappa^2)^2 \exp(2\kappa d) / (16k_F^2 \kappa^2)} \approx \frac{16k_F^2 \kappa^2}{(k_F^2 + \kappa^2)^2} \exp(-2\kappa d). \quad (1.17)$$

У протилежній межі $\kappa d \ll 1$ маємо

$$D = \left[1 + (k_F^2 + \kappa^2)^2 d^2 / (4k_F^2) \right]^{-1}. \quad (1.18)$$

Якщо, до того ж, товщина d менше фермієвської довжини хвилі електрона, тоді параметр K великий у порівнянні з k_F , і $D = \left[1 + \kappa^4 d^2 / (4k_F^2) \right]^{-1}$. У випадку, коли область енергій \mathcal{E} мала в порівнянні з U_0 , маємо $D = \left[1 + (mU_0 d / (\hbar^2 k_F))^2 \right]^{-1}$.

У тривимірному випадку для надтонких діелектричних шарів зручно ввести безрозмірний параметр [14]

$$Z = U_0 d / (\hbar v_F) = \int_0^d U(x) dx / (\hbar v_F) \quad (1.19)$$

де $v_F = \hbar k_F / m$. Зшиваючи хвильові функції на границі нормального металу та діелектрика, знаходимо амплітуди ймовірностей відбиття від нього електронів (e) і дірок (h) і амплітуди ймовірностей проходження квазічастинок крізь нього:

$$r^e(\mathbf{k}) = (r^h(\mathbf{k}))^* = -Z / (Z - i \cos \theta), \quad t^e(\mathbf{k}) = (t^h(\mathbf{k}))^* = -i \cos \theta / (Z - i \cos \theta). \quad (1.20)$$

Ми бачимо, що в тривимірному випадку прозорість бар'єру для електронів, що падають на нього під кутом θ , дорівнює $D(\mathbf{k}) = |t^e(\mathbf{k})|^2 = \cos^2 \theta / (Z^2 + \cos^2 \theta)$.

Зауважимо, що співвідношення (1.20) справедливі не тільки для шару ізолятора, але й для будь-якого інтерфейсу між двома провідниками, який можна описати потенціалом розсіювання $U(x)$. У випадку балістичного транспорту провідність гетероструктури метал – ізолятор – метал згідно формули (1.6) дорівнює добутку кванта провідності $G_0 = 2e^2/h$ на число провідних каналів N , що для тривимірних металевих гетероструктур може бути оцінене як $N \sim k_F^2 S$, де S - площа поперечного перерізу провідника. У наближенні сильного розсіювання, коли $G \ll NG_0$, немає принципової різниці між таким інтерфейсом і тонким діелектричним прошарком. Однак, якщо інтерфейс складається з великої кількості центрів розсіювання, на кожному з яких електрон розсіюється пружним образом, і ці центри розташовані хаотичним образом, такий перехідний шар уже не може бути описаний єдиним параметром Z . Оскільки розсіювання на кожному центрі відбувається випадковим чином, то кожен канал проходження заряду крізь бар'єр буде визначатися своїм шляхом d усередині класично забороненої області та своїм кутом θ . У такому випадку його можна розглядати як окремий одновимірний канал з фіксованим параметром \tilde{Z} і відповідною локальною прозорістю $D(\tilde{Z})$:

$$D(\tilde{Z}) = 1/(1 + \tilde{Z}^2). \quad (1.21)$$

Припустимо, що розкид величин \tilde{Z} настільки великий, що цей параметр рівномірно розподілений від нуля до нескінченності, тобто функція розподілу прозоростей

$$\rho(Z) = 2\hbar\bar{G}/e^2. \quad (1.22)$$

У співвідношенні (1.22) ми опустили тильду над Z , \bar{G} - макроскопічна експериментально вимірювана провідність гетероструктури, яка дорівнює $\bar{G} = 2e^2 \int_0^\infty \rho(Z)D(Z)dZ/h$. Перехід від розподілу $\rho(Z)$ до $\rho(D)$ дає вираз:

$$\rho(D) = \frac{\hbar \bar{G}}{e^2} \frac{1}{D^{3/2}(1-D)^{1/2}}, \quad (1.23)$$

відомий з роботи [15], де була розрахована функція розподілу $\rho(D)$ для «брудного» інтерфейсу дуже малої товщини L , такої що $\int_0^L \kappa(\varepsilon, x) dx \ll 1$, де $\kappa(\varepsilon, x) = \sqrt{2m^*(U(x) - E)}/\hbar$.

Нормальні (N) металеві шари. У випадку фазово-когерентного транспорту через досить чисті металеві шари траєкторії електронів будуть складатися з окремих прямолінійних сегментів, границі котрих розташовано на відповідних інтерфейсах, де в результаті розсіювання змінюється нормальний компонент хвильового вектору k_x , а паралельний k_{\parallel} залишається незмінною. Згідно формули (1.1) зміна фази хвильової функції електрона на кожному сегменті дорівнює інтегралу від лагранжіану уздовж відповідного шляху

$$\Delta\varphi = \int_l \mathbf{k}d\mathbf{l} - Et_l, \quad (1.24)$$

де E – енергія електрону, а t_l - час руху уздовж шляху l . Для планарної системи принципово важливим є тільки внесок у зміну фази хвильової функції, обумовлений переміщенням частинки уздовж осі x . Відповідний компонент хвильового вектору

електрона $k_x = \sqrt{2m(E_F + \varepsilon)/\hbar^2 - k_{\parallel}^2}$, де $\varepsilon = E - E_F$ (зазвичай $\varepsilon \ll E_F$), m - його ефективна маса. При прямолінійному русі електрона (або дірки) між двома точками a та b з відповідними координатами $x = 0$ та $x = d$ набіг фази уздовж осі x для енергій $\varepsilon \ll E_F$ дорівнює

$$\Delta\varphi_x^e = k_x^e d = \left(1 + \frac{\varepsilon}{\hbar v_F k_F}\right) k_F d \cos\theta, \quad \Delta\varphi_x^h = -k_x^h d = -\left(1 - \frac{\varepsilon}{\hbar v_F k_F}\right) k_F d \cos\theta, \quad (1.25)$$

k_F - фермієвський хвильовий вектор, θ - кут між напрямком руху електрона та віссю x ; враховано, що групова швидкість діркового порушення спрямована протилежно напрямку хвильового вектору, у той час як для електрона вони збігаються. Надалі ми будемо використовувати хвильові функції електронів, нормовані на їхній одиничний потік

$$\psi(x, \mathbf{p}) = \frac{m}{\hbar\sqrt{k_x}} \exp(ik_x x + i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{p}), \quad (1.26)$$

де $k_x = k \cos\theta$, \mathbf{p} - двовимірний вектор у площині, перпендикулярній осі x . Якщо зразок поміщено в магнітне поле, то ефект останнього зводиться до додаткового набігу фази при русі уздовж відповідного шляху [16, §16]

$$\Delta\varphi = \int [-q\mathbf{A}(\mathbf{r})/c]/\hbar d\mathbf{l}, \quad (1.27)$$

де $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ - векторний потенціал електромагнітного поля, q - заряд квазічастинки, знак якого, зокрема, змінюється після андреевського відбиття від надпровідника.

Феромагнітні металеві (FM) шари. Для опису зонних феромагнетиків ми використовуємо модель Стонера [17, гл. V], у якій обмінна енергія знижує електронні зони, що відповідають спину «нагору», і підвищує енергію станів зі спином «униз». Тоді замість формули (1.26) для хвильової функції вільного електрону (дірки) феромагнітного металу маємо

$$\psi^\sigma(x, \rho) = \frac{m}{\hbar \sqrt{k_x^\sigma}} \exp(ik_x^\sigma x + ik_\parallel^\sigma \rho) . \quad (1.28)$$

У співвідношенні (1.28) $\sigma = \pm 1$ відповідає спину догори та униз, відповідно; $\mathbf{k}^\sigma = (k_x^\sigma, \mathbf{k}_\parallel^\sigma)$ - хвильовий вектор квазічастинки з енергією ε , що є рішенням рівняння $k_x^\sigma = \sqrt{2m(E_F^\sigma \pm \varepsilon)/\hbar^2 - \mathbf{k}_\parallel^{\sigma 2}}$; знак \pm відповідає електронному (e) і дірковому (h) порушенням; $E_F^\sigma = E_F + \sigma h$. У немагнітному шарі $h \equiv 0$, і тоді електронні характеристики для двох спінових підзон збігаються. Зауважимо також, що формула (1.28) припускає $k_x^\sigma \neq 0$, тому межа $k_x^\sigma \rightarrow 0$ не виконується в наведених далі співвідношеннях.

Границя розділу двох нормальних металевих шарів. На границі двох металевих шарів з різними фермієвськими хвильовими векторами $k_{1,2}$ виникає відбиття електронних хвиль. При цьому має виконуватися умова $k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2$, звідки $\theta_2 = \arcsin(k_1 \sin \theta_1 / k_2)$. Якщо $k_1 > k_2$, то кут θ_1 може мінятися від $\theta_1 = -\arcsin(k_2 / k_1)$ до $\theta_1 = \arcsin(k_2 / k_1)$, у той час як $-\pi/2 \leq \theta_2 \leq \pi/2$. Якщо ж $k_2 > k_1$, то $-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/2$, однак $-\arcsin(k_1 / k_2) < \theta_2 < \arcsin(k_1 / k_2)$. Зшивка двох хвильових функцій на інтерфейсі дає наступні амплітуди ймовірності відбиття від границі розділу та проходження крізь неї:

$$r_{21}^e(\mathbf{k}) = r_{21}^h(\mathbf{k}) = \frac{k_1 \cos \theta_1 - k_2 \cos \theta_2}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2}, \quad r_{12}^e(\mathbf{k}) = r_{12}^h(\mathbf{k}) = \frac{k_2 \cos \theta_2 - k_1 \cos \theta_1}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2}, \quad (1.29)$$

$$t_{12}^e(\mathbf{k}) = t_{12}^h(\mathbf{k}) = t_{21}^e(\mathbf{k}) = t_{21}^h(\mathbf{k}) = \frac{2\sqrt{k_1 k_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2}. \quad (1.30)$$

Тут $r_{21}(\mathbf{k})$ описує відбиття квазічастинки від металевого шару із хвильовим вектором k_2 у шар з k_1 , а $r_{21}(\mathbf{k})$ - із шару з k_1 у шар із хвильовим вектором k_2 .

Надпровідні (S) шари. Хвильова функція надпровідника є двокомпонентною та являє собою лінійну комбінацію квазіелектронного (e) стану

$$\Psi_e(x, \boldsymbol{\rho}) = \begin{pmatrix} u(\mathbf{k}) \exp(i\Phi(\mathbf{k})/2) \\ v(\mathbf{k}) \exp(-i\Phi(\mathbf{k})/2) \end{pmatrix} \exp(ik_x^e x + i\mathbf{k}_{\parallel} \boldsymbol{\rho}) \quad \text{і} \quad \text{квазідіркового (h) стану}$$

$$\Psi_h(x, \boldsymbol{\rho}) = \begin{pmatrix} v(\mathbf{k}) \exp(i\Phi(\mathbf{k})/2) \\ u(\mathbf{k}) \exp(-i\Phi(\mathbf{k})/2) \end{pmatrix} \exp(ik_x^h x + i\mathbf{k}_{\parallel} \boldsymbol{\rho}). \quad \text{У цих формулах ми врахували}$$

можливу анізотропію надпровідного стану. Крім того, введені наступні позначення

$$u(\mathbf{k}) = \sqrt{(1 + \varepsilon/\Omega(\mathbf{k}))/2}; \quad v(\mathbf{k}) = \sqrt{(1 - \varepsilon/\Omega(\mathbf{k}))/2}; \quad \Omega(\mathbf{k}) = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(\mathbf{k})};$$

$$k_x^{e,h} = (1 \pm \frac{\sqrt{\Omega^2 - \Delta^2(\mathbf{k})}}{\hbar v_F k_F}) k_F. \quad \text{При цьому формули (1.25) перетворяться наступним}$$

чином:

$$\Delta \varphi_x^{e,h(b)} = k_x^{e,h} d = (\pm 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(\mathbf{k})}}{\pi \xi_0(\mathbf{k}) \Delta_0 k_F}) k_F d \cos \theta, \quad (1.31)$$

де $\xi_0(\mathbf{k}) = \hbar v_F / \pi |\Delta(\mathbf{k})|$ - довжина когерентності в надпровідній плівці, $|\Delta(\mathbf{k})|$ і $\Phi(\mathbf{k})$ - залежні від напрямку абсолютна величина та фаза надпровідного параметра порядку

в ній. Конкретна залежність від кутів цих двох величин визначається тією симетрією параметру порядку, що реалізується в даному надпровіднику. У традиційних матеріалах це s -хвильова симетрія, при якій фаза постійна $\Phi(\mathbf{k}) = \text{const}$, а залежність $|\Delta(\mathbf{k})|$ є слабкою, тому в більшості випадків достатньою апроксимацією є $|\Delta(\mathbf{k})| = \Delta_s$. У купратних сполуках з високою температурою надпровідного переходу реалізується d -хвильова симетрія надпровідного параметру порядку, коли має місце його істотна залежність від кута α між кристалографічною віссю x і нормаллю до діелектричного бар'єра $\Delta(\theta) = \Delta_d \cos(2(\theta - \alpha))$, де α - кут між нормаллю до поверхонь розділу та напрямком, уздовж якого параметр порядку максимальний (у купратах (100) і (010) напрямку в ab -площині кисень-мідь) [19].

Границі розділу нормального (N) металу з діелектриком і надпровідником (S). На границі нормального металу і діелектрика має місце добре відоме відбиття квазічастинки в стан з протилежним електронним (дірковим) імпульсом [3] (рис. 1.2а). Процес розсіювання квазічастинкових збуджень на границі із надпровідниковою плівкою стає набагато складнішим. Контакт нормального та надпровідного шарів являє собою гетероструктуру, в якій фізичні властивості одного матеріалу індукуються в іншому через поділяючий їх інтерфейс. У цьому випадку ефект близькості призводить до того, що куперовські пари з надпровідника проникають у нормальний метал, а нормальні електрони з N-плівки послабляють надпровідність S-шару [17]. В результаті цього в локальній щільності станів N-плівки з'являється енергетична щілина, величина якої менша ніж відповідне значення в надпровіднику $|\Delta(\mathbf{k})|$, але відмінна від нуля.

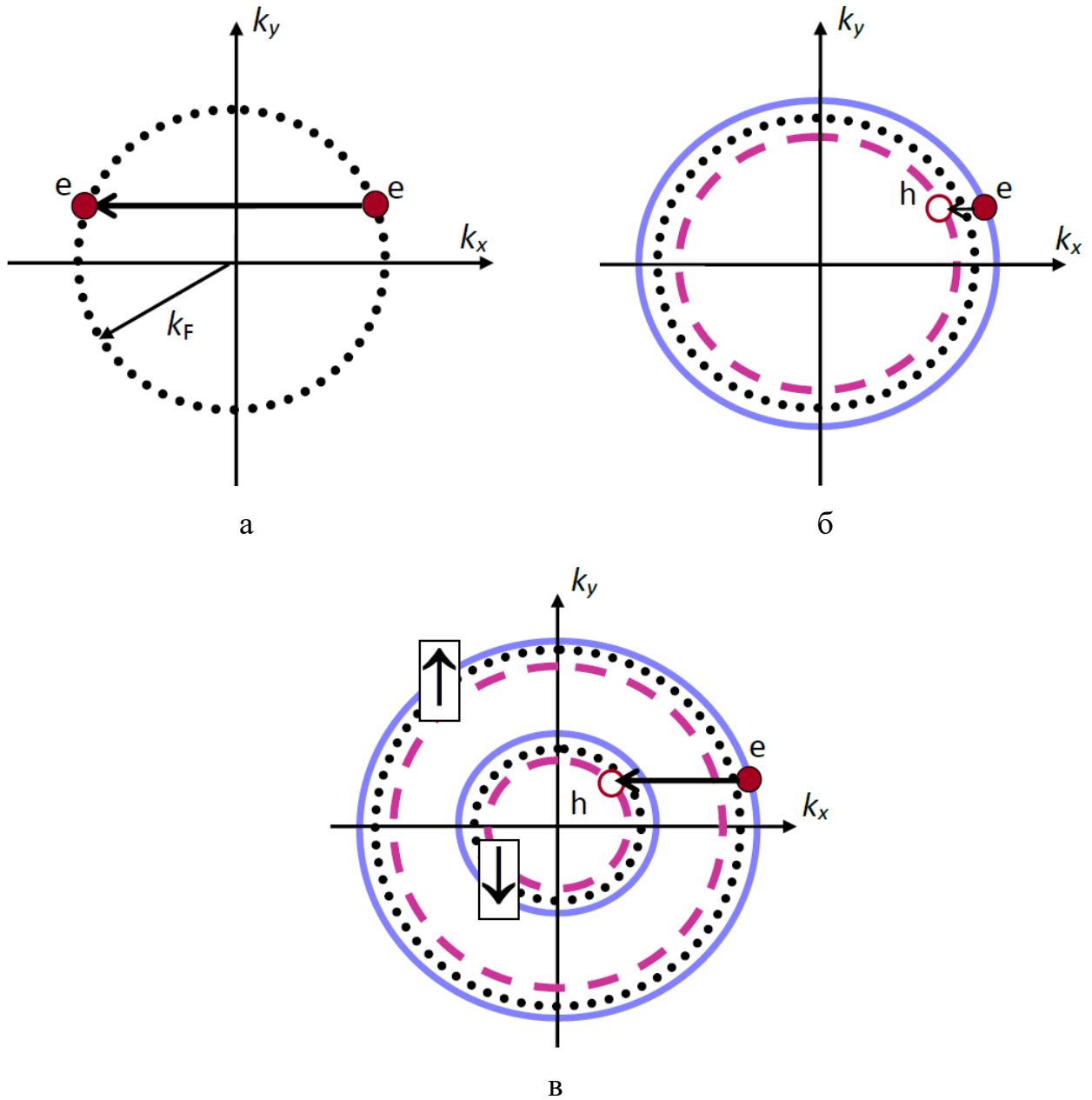


Рисунок 1.2 – Схематичні зображення процесів розсіювання квазічастинкових збуджень на границях двох матеріалів: електронного (e) збудження на границі нормального металу і діелектрика (а), андреєвського відбиття електронної квазічастинки в діркову квазічастинку в контакті нормального металу з надпровідником (б) і в контакті феромагнітного металу з надпровідником (в). Зображено фермі-поверхню з хвильовим вектором Фермі k_F на рис. 1.2а і 1.2б і дві фермі-поверхні для зарядів з різним напрямком спінів на рис. 1.2в

Якщо ненадпровідний металевий шар є феромагнітним, то в ньому існують дві електронні підзони. У цьому випадку електронний стан зі спіном догори, що рухається ліворуч, буде розсіюватися в дірковий з електронної підзони зі спіном униз (сам дірковий стан буде мати спін догори). При такому пружному розсіюванні енергія квазічастинки буде зберігатися, а хвильовий вектор зміниться помітним образом через стонерівське розщеплення зон (рис. 1.2в).

При дослідженні зарядового транспорту в шаруватих системах з досить високою прозорістю N/S інтерфейсу принципову роль грає специфічне відбиття на N/S границі електронного збудження в діркове (і навпаки), що зазвичай називають андреєвським. Якщо, наприклад, потік електронів іде з нормального в надпровідний електрод, то електрон з N-шару зі хвильовим вектором $\mathbf{k}^e = (k_x^e, \mathbf{k}_{\parallel})$, енергією ε і спіном s разом з електроном з $\mathbf{k}^{e'} = (-k_x^h, -\mathbf{k}_{\parallel})$, енергією $-\varepsilon$ і протилежним спіном $-s$ конденсуються в надпровіднику, який контактує з N-шаром в куперівські пари, залишаючи в останньому діркове збудження з $\mathbf{k}^h = (k_x^h, \mathbf{k}_{\parallel})$, енергією ε і спіном s . Таким чином, формально відбувається розсіювання електронного в дірковий стан з тією же енергією, тим же спіном і з хвильовим вектором, що трохи відрізняється по величині (рис. 1.2б).

Далі ми будемо розглядати контакт двох металів з ідентичними електронними характеристиками в нормальному стані, тобто однаковими фермієвськими параметрами \mathbf{k}_F . Тоді зшивка відповідних хвильових функцій на N/S границі розділу дає

$$r_{eh}(\mathbf{k}) = \frac{v}{u} \exp(-i\Phi(\mathbf{k})), \quad r_{he}(\mathbf{k}) = \frac{u}{v} \exp(i\Phi(\mathbf{k})). \quad (1.32)$$

Тут $r_{\text{eh(he)}}(\mathbf{k})$ описує андреєвське відбиття електронної квазічастинки в діркову та навпаки. Ці амплітуди можна представити у вигляді:

$$r_{\text{eh(he)}}(\mathbf{k}) = r(\mathbf{k}, \varepsilon) e^{\mp i\Phi(\mathbf{k})} = \frac{\varepsilon + i\delta - \text{sign}(\varepsilon) \sqrt{(\varepsilon + i\delta)^2 - |\Delta(\mathbf{k})|^2}}{|\Delta(\mathbf{k})|} \exp(\mp i\Phi(\mathbf{k})). \quad (1.33)$$

У співвідношенні (1.33) δ - нескінченно мала позитивна величина. Для енергій, менших, ніж мінімальне значення енергетичної щілини $|\Delta(\mathbf{k})|$, маємо

$$r_{\text{eh(he)}}(\mathbf{k}) = \exp(-i \arccos(\varepsilon / |\Delta(\mathbf{k})|)) \exp(\mp i\Phi(\mathbf{k})). \quad (1.34)$$

Формули (1.32-1.34) отримано в припущенні, що надпровідний параметр порядку в S-шарі не змінюється з відстанню, а в N-шарі тотожно дорівнює нулю. Насправді ж, він має бути визначено самоузгодженим образом. Однак, як було показано Макміланом [18], східчає наближення для надпровідного параметра порядку мало відрізняється від точного рішення та є цілком прийнятним для N/S подвійного шару з товщинами N і S плівок, що перевищують, принаймні, удвічі глибину проникнення надпровідних кореляцій $\xi = \hbar v_F / 2\Delta$.

1.3 Розмірні ефекти в транспортних характеристиках планарних гетероструктур

Двобар'єрні N-I-N-I-N структури з нанорозмірними металевими прошарками. На прикладі двобар'єрного тунельного переходу, схематично зображеного далі на рис. 1.3, наочно продемонструємо електронні траєкторії у

планарних гетероструктурах, які, як відзначалося вище, складаються з окремих прямолінійних сегментів.

Існує нескінченна безліч шляхів переходу з лівого резервуара в правий через двобар'єрну I-N-I ділянку із двома еквівалентними бар'єрами та нормальним металевим прошарком товщиною d_N .

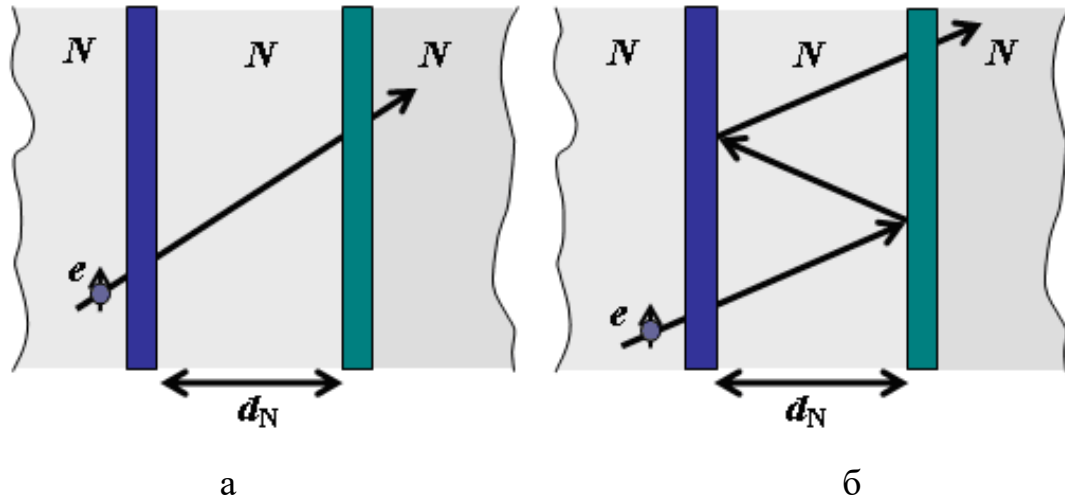


Рисунок 1.3 – Схематичне зображення процесів розсіювання електронних хвиль у двобар'єрній гетероструктурі із двома ідентичними бар'єрами

Перший, зображений на рис. 1.3а, містить у собі проходження через два бар'єри з амплітудами $t_1 = t_1^e(\mathbf{k})$ й $t_2 = t_2^e(\mathbf{k})$ (1.20) і набіг фази $\varphi = kd_N \cos \theta$ (1.25) при русі заряду між бар'єрами (вважаємо, що $\varepsilon \ll \hbar v_F k_F$). Друга можливість, зображена на рис. 1.3б, – це ще два відбиття від бар'єрів з амплітудами $r'_1 = r_1'^e(\mathbf{k})$ й $r_2 = r_2^e(\mathbf{k})$ (1.20) і додатковий набіг фази, рівний 2φ . Третя можливість - чотири відбиття від бар'єрів з набігом фази 4φ і так далі.

Сума всіх внесків для певного i -го каналу (індекс i опускаємо)

$$\tilde{t} = t_1 \exp(i\varphi) t_2 (1 + r_1' \exp(2i\varphi) r_2 + r_1' \exp(2i\varphi) r_2 r_1' \exp(2i\varphi) r_2 + \dots) = \frac{t_1 \exp(i\varphi) t_2}{1 - r_1' \exp(2i\varphi) r_2}. \quad (1.35)$$

Тоді ймовірність тунелювання крізь I-N-I структуру в i -ому каналі дорівнює

$$D = |\tilde{t}|^2 = \frac{1}{1 + \left[2 - |t_1|^2 - |t_2|^2 - 2\operatorname{Re}\{r_1' r_2 \exp(2i\varphi)\} \right] \left(|t_1|^2 |t_2|^2 \right)^{-1}}. \quad (1.36)$$

Формула (1.36) має той же аналітичний вид $D = (1 + \tilde{Z}^2)^{-1}$, що й прозорість одиночного дельта-образного бар'єру. Однак у цьому випадку параметр \tilde{Z} не є константою, а залежить від кута падіння θ . При досить великих товщинах d_N в результаті усереднення по θ величина \tilde{Z} швидко змінюється від малих до дуже великих значень через зменшення прозорості бар'єрів з ростом кута θ і періодичною зміною набігу фази φ .

Чотирьохшарові N-I-N/S гетероструктури. Перейдемо до розрахунків транспортних характеристик N-I-N/S переходів, у яких один з електродів являє собою N/S подвійний шар з нормального та надпровідного (з s -хвильовою симетрією надпровідного параметра порядку) металів. У цьому випадку задача є дуже подібною до тієї, що буда розглянута вище, але внаслідок наявності надпровідника відрізняється специфічним андреєвським відбиттям від одного з бар'єрів. В конкретних розрахунках простіше розраховувати не ймовірність проходження електрона через обговорювану систему, а ймовірність повернення у вихідну точку в результаті відбиття від I-N області (рис. 1.4).

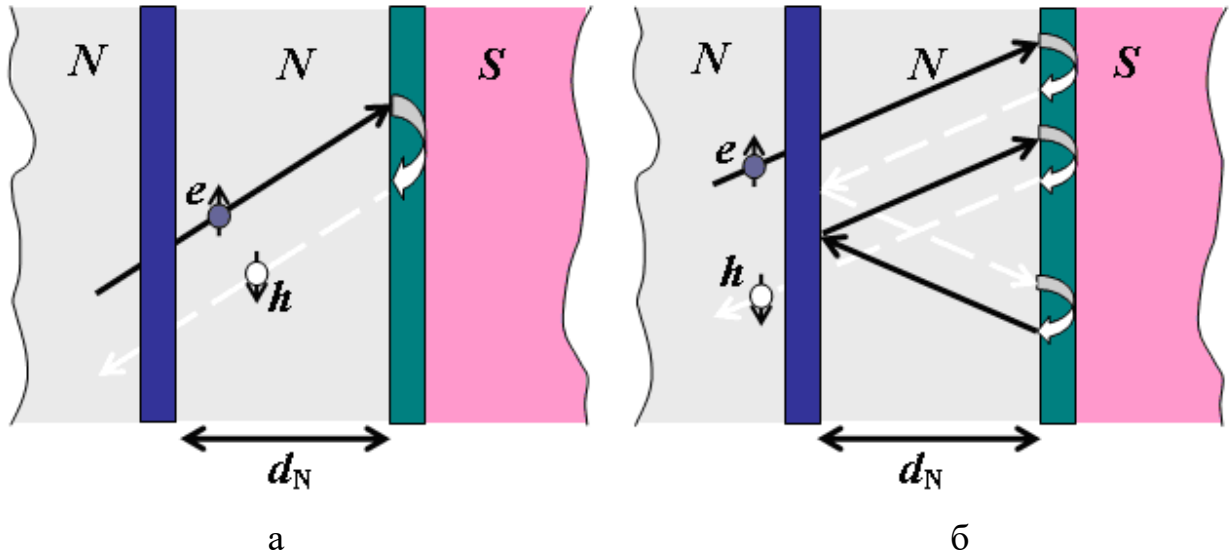


Рисунок 1.4 – Схематичне зображення процесів розсіювання електронних хвиль (суцільні лінії) у діркові (штрихові лінії) в N-I-N/S гетероструктурі. Фігурними стрілками зображено процеси андреєвського розсіювання

Є два типи таких процесів розсіювання – в електронний стан R^{ee} та у дірковий R^{eh} (як і вище, індекс i ми будемо опускати; внески в останній показано на рис. 1.4). Тоді для N-I-N/S гетероструктури при нульовій температурі природним узагальненням формули (1.5) буде співвідношення

$$G(V) = \frac{e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left[1 - |R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 + |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2 \right], \quad (1.37)$$

де ймовірність електронного тунелювання в N-I-N/S гетероструктурі розраховується як різниця між одиницею та ймовірністю повернення у вихідну точку у вигляді електрона або дірки.

Залежність дробового шуму від напруги може бути отримано з наступних простих міркувань. Фактично ми маємо два внески в транспортний струм: один з них не флукує у часі, а в другому $\langle n_i^2 \rangle \neq \langle n_i \rangle^2$, де $n_i(t)$ - число частинок i -каналу, що

перетинають у цей момент певну площину. Беручи до уваги, що для ферміонів n_i дорівнює нулю або одиниці та $n_i^2 = n_i$, і з огляду на те, що внески електронів і дірок у квадрат струму (на відміну від самого струму (1.37)) мають однаковий знак, ми маємо наступний вираз (1.38), який враховує внески від двох типів розсіювання – без зміни типу квазічастинки і зі зміною.

$$\begin{aligned}
S_{\text{non-eq}}(V) &= \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left(\left| R_{i,\sigma}^{\text{ee}}(\varepsilon = eV) \right|^2 + \left| R_{i,\sigma}^{\text{eh}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \right) - \left(\left| R_{i,\sigma}^{\text{ee}}(\varepsilon = eV) \right|^2 - \left| R_{i,\sigma}^{\text{eh}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \right)^2 = \\
&= \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left[\left| R_{i,\sigma}^{\text{ee}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \left(1 - \left| R_{i,\sigma}^{\text{ee}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \right) + \left| R_{i,\sigma}^{\text{eh}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \left(1 - \left| R_{i,\sigma}^{\text{eh}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \right) \right] + \\
&+ \frac{4e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left| R_{i,\sigma}^{\text{ee}}(\varepsilon = eV) \right|^2 \left| R_{i,\sigma}^{\text{eh}}(\varepsilon = eV) \right|^2. \tag{1.38}
\end{aligned}$$

Розрахуємо тепер амплітуди ймовірностей розсіювання $R_{i,\sigma}^{\text{ee}}(\varepsilon)$ й $R_{i,\sigma}^{\text{eh}}(\varepsilon)$. Як і в N-I-N-I-N гетероструктурі, існує нескінченна безліч шляхів відбиття від I-N перехідної області з нормальним металевим прошарком товщиною d_N . Розглянемо спочатку відбиття електрона в дірку. Перша можливість містить у собі проходження електрона через бар'єр I з амплітудою $t^e(\mathbf{k})$ згідно (1.20), набіг фази $\varphi^e = k_x^e d_N$ (1.25) при русі заряду між бар'єрами (вважаємо, що $\varepsilon \ll \hbar v_F k_F$), андреєвське відбиття від N/S границі, набіг фази $\varphi^h = k_x^h d_N$ і проходження дірки через бар'єр I з амплітудою $t^h(\mathbf{k})$, див. рис. 1.4а. Друга можливість – відбиття дірки від бар'єра з амплітудою $r^h = r^h(\mathbf{k})$, перетворення в електрон на границі з надпровідником, відбиття електрона від бар'єру з амплітудою $r'^e = r'^e(\mathbf{k})$, андреєвське відбиття в дірку та проходження дірки через бар'єр I з амплітудою $t^h(\mathbf{k})$ (рис. 1.4б). Кожен шлях квазічастинки між бар'єром I та

N/S границею супроводжується додатковим набігом фаз. Сума всіх можливих шляхів перетворення електрона в дірку, що рухається назад, дають наступний результат:

$$\begin{aligned}
 R^{eh} &= t^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) t^h (1 + \\
 &+ r'^h \exp(i\varphi^h) r^{he} \exp(i\varphi^e) r'^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) + \dots) = \\
 &= \frac{t^e \exp(i\varphi^e + i\varphi^h) r^{eh} t^h}{1 - r'^h \exp(2i\varphi^h + 2i\varphi^e) r^{he} r^{eh} r'^e}.
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

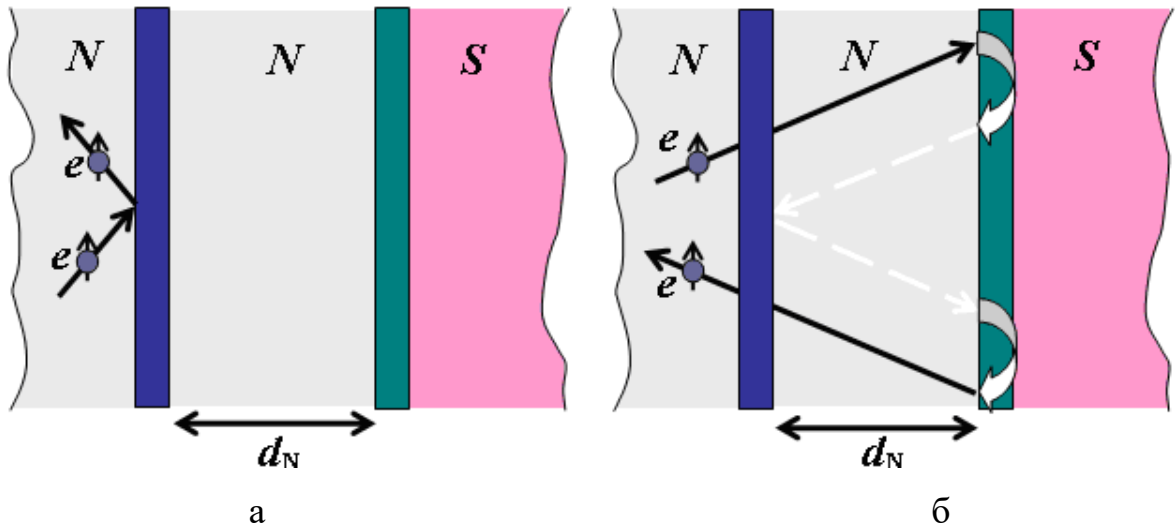


Рисунок 1.5 – Схематичне зображення процесів розсіювання електронних хвиль в електронні в N-I-N/S гетероструктурі (суцільні лінії), проміжні діркові хвилі показано штриховими лініями. Фігурними стрілками зображено процеси андреєвського розсіювання

Перейдемо тепер до відбиття електронного збудження в системі в електронне. Перша можливість - це відбиття від бар'єра I з амплітудою $r^e = r^e(\mathbf{k}) t^e(\mathbf{k})$, див. рис. 1.5а. Друга можливість містить у собі тунелювання електрону крізь бар'єр I з амплітудою $t^e(\mathbf{k})$ (1.20), набіг фази $\varphi^e = k_x^e d_N$ (1.25), андреєвське відбиття від N/S

границі, набіг фази $\varphi^h = k_x^h d_N$, відбиття дірки від бар'єра, ще один набіг фази $\varphi^h = k_x^h d_N$, перетворення дірки в електрон, набіг фази електроном $\varphi^e = k_x^e d_N$ і проходження електрону через бар'єр I з амплітудою $t^e(\mathbf{k})$, див. рис. 1.5б. Тоді сума всіх шляхів може бути розраховано наступним чином:

$$\begin{aligned}
 R^{ee} &= r^e + t^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) r^{'h} \exp(i\varphi^h) r^{he} \exp(i\varphi^e) t^e (1 + \\
 &+ r^{'h} \exp(i\varphi^h) r^{he} \exp(i\varphi^e) r'^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) + \dots) = \\
 &= r^e + \frac{t^e \exp(2i\varphi^e + 2i\varphi^h) r^{'h} r^{he} t^e}{1 - r^{'h} \exp(2i\varphi^h + 2i\varphi^e) r^{he} r^{eh} r'^e}.
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

На рис. 1.6 наведено розраховану по формулах (1.37-1.40) диференціальну провідність і дробовий шум для тривимірних N-I-N/S структур з різними товщинами нормального шару d_N .

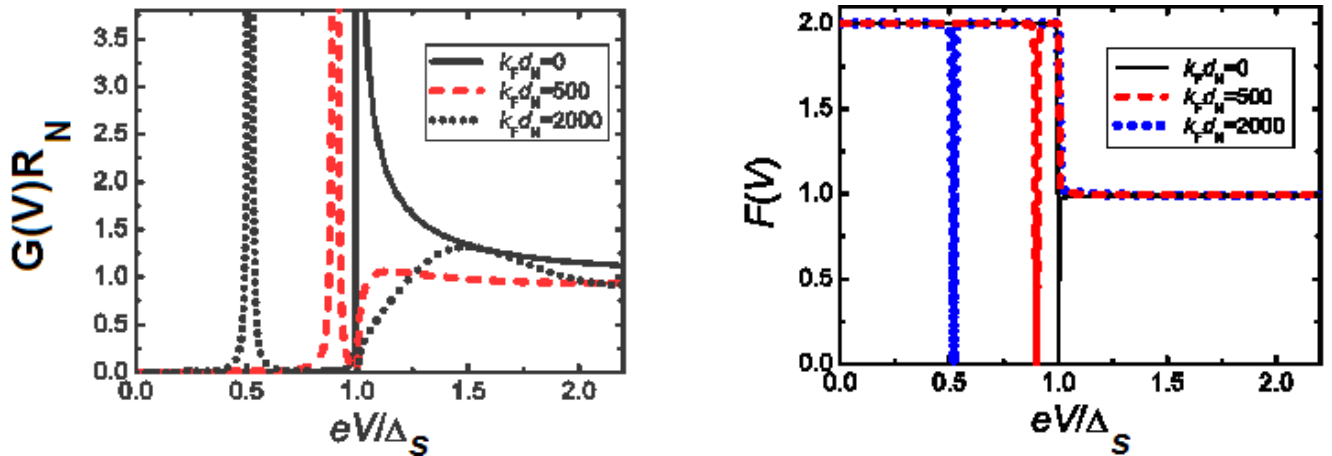


Рисунок 1.6 – Диференціальна провідність N-I-N/S тунельних структур з $D_1 \ll 1$, нормована на провідність $G_N = 1/R_N$ у нормальному стані, а також фактор Фано для трьох товщин N прошарку. Температура $T = 0$, $Z = 10$, енергія Фермі $E_F = 10^3 \Delta$

Поява максимуму при $V = \Delta/e$ для N-I-S системи і при $V < \Delta/e$ для $d_N \neq 0$ - наслідок однієї й тієї ж фізичної природи, а саме, конструктивної інтерференції відбитих хвиль усередині N-прошарку з нормального металу.

1.4 Узагальнення запропонованого методу розрахунку транспортних характеристик на випадок багатотермінальних систем

Надалі навіть при розрахунках провідності N-I-S структур ми вводимо допоміжну ненадпровідну N' вставку з дуже малою товщиною, яка вважається нульовою, і з такими ж параметрами, як у S дротів у нормальному стані, тобто будемо розглядати N-I- N' /S систему з чотирма шарами і товщиною $d_{N'} \rightarrow 0$. Тоді у випадку більш ніж одного надпровідного електроду ми маємо замінити відповідні амплітуди

розсіювання матрицями $\mathbf{T}_{e(h)} = \begin{pmatrix} t_{12}^{e(h)} \\ \dots \\ t_{1j}^{e(h)} \end{pmatrix}$ і $\tilde{\mathbf{T}}_{e(h)} = \begin{pmatrix} t_{21}^{e(h)} & \dots & t_{j1}^{e(h)} \end{pmatrix}$, які описують перехід

заряду від емітера N_1 до допоміжних N_j виводів (і зворотно), $j > 1$, $\tilde{\mathbf{T}}_{e(h)}^S = \begin{pmatrix} t_{S2}^{e(h)} & \dots & t_{Sj}^{e(h)} \end{pmatrix}$ для переходу заряду від N_j виводів до S_j дротів. Це стосується також матриці звичайного відбиття (без заміни електрона на дірку і навпаки), яка має вигляд:

$\mathbf{R}_{e(h)} = \begin{pmatrix} r_{22}^{e(h)} & \dots & t_{2j}^{e(h)} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{j2}^{e(h)} & \dots & r_{jj}^{e(h)} \end{pmatrix}$. Ми вводимо також матрицю андреєвського відбиття для

електрон-діркових перетворень (і зворотних), розрахованих у межах звичайного наближення сходинок-подібної функції для параметра порядку, коли її просторова

залежність ігнорується, $\mathbf{R}^{eh(he)}(\epsilon) = \begin{pmatrix} a_2(\epsilon) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_j(\epsilon) \end{pmatrix}$ - $a_j(\epsilon) = \exp(-i \arccos(\epsilon / \Delta_j))$.

Тоді ми отримуємо такі рівняння

$$R_{\text{eh}}^{\text{N}}(\varepsilon) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{h}} \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{R}^{\text{eh}}(\varepsilon) \mathbf{T}_{\text{e}}, \quad R_{\text{ee}}^{\text{S}}(\varepsilon) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{e}}^{\text{S}} \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{T}_{\text{e}},$$

$$R_{\text{eh}}^{\text{S}}(\varepsilon) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{h}}^{\text{S}} \mathbf{R}_{\text{h}} \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{R}^{\text{eh}}(\varepsilon) \mathbf{T}_{\text{e}}, \quad (1.41)$$

$$R_{\text{ee}}^{\text{N}}(\varepsilon) = r_{11}^{\text{e}} + \tilde{\mathbf{T}}_{\text{e}} \mathbf{R}^{\text{he}}(\varepsilon) \mathbf{R}_{\text{h}} \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{R}^{\text{eh}}(\varepsilon) \mathbf{T}_{\text{e}},$$

де $\mathbf{U}(\varepsilon) = (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{\text{eh}}(\varepsilon) \mathbf{R}_{\text{e}} \mathbf{R}^{\text{he}}(\varepsilon) \mathbf{R}_{\text{h}})^{-1}$ це матриця, що описує нескінченне число перетворень електронів в дірку та зворотно між двома надпровідними дротами та емітером. Елементарна амплітуда $t_{ij}^{\text{e(h)}}$, що передається від допоміжного до надпровідного дроту дорівнює $t_{ej}^{\text{S}}(\varepsilon) = \sqrt{v_{\text{g}} / v_{\text{F}}} / u_0(\varepsilon)$, де квазічастинкова групова швидкість в надпровіднику $v_{\text{g}} = \text{Re}(u_0^2(\varepsilon) - v_0^2(\varepsilon)) v_{\text{F}}$, визначення $u_0(\varepsilon)$ та $v_0(\varepsilon)$ функцій див. у Таблиці II в роботі [14].

Перш ніж розглянути приклади застосування формул (1.41), зауважимо, що експериментально трьохтермінальні пристрої за участю надпровідних дротів вже було створено. Наприклад, у роботі [20] автори реалізували квантово-когерентні трьохтермінальні переходи Джозефсона, в яких один нормальний провідник було підключено до трьох надпровідних контактів. Інший приклад – це Y-подібна конфігурація з терміналами, взаємозв'язаними один з одним [21], де спостерігався недисипативний та нелокальний надпровідний струм. Звернемо також увагу на статтю [22], в якій було досліджено магнето-транспортні властивості систем тримірних топологічних ізоляторів з Y-подібною геометрією.

Далі в якості прикладу ми розглянемо теоретично три одномірні провідники, пов'язані квантовим вузлом, і обговоримо транспорт квантових кореляцій від одного провідника до іншого.

Зарядовий транспорт в надпровідних розгалужувачах. Наступні розрахунки ґрунтуються на теорії квантового розсіювання зарядових збуджень в металевих гетероструктурах, яку було розроблено Буттікером [23]. Запропонована ним концепція базується на наявності N вхідних $\psi_i^{(in)}(x_i)$ і N вихідних $\psi_i^{(out)}(x_i)$ одноелектронних хвильових функцій з власними координатами x_i , які збільшуються вздовж i -го дроту, починаючи з вузла, де всі $x_i = 0$. Ці функції пов'язані одна з одною $N \times N$ унітарною \mathbf{S} -матрицею. Недіагональні компоненти \mathbf{S} -матриці - це амплітуди переносу заряду t_{ij} між i та j напівскінченними квантовими каналами ($i, j = 1, 2, \dots, N$), тоді як діагональні компоненти – це амплітуди відбиття r_{ii} .

Ключовим моментом у наших розрахунках є визначення 3×3 елементів \mathbf{S} -матриці, що характеризують процеси розсіювання всередині вузла. Раніше ці елементи було отримано з умови унітарності та штучного припущення, що елементи обговорюваної \mathbf{S} -матриці є реальними [24]. В теорії Буттікера та ін. [24] три металеві дроти пов'язано нееквівалентно за допомогою єдиного вільного параметру ε , який змінюється від нуля до $1/2$. Згідно із [24] для порівняння з експериментальними даними його величину слід визначати кожного разу, використовуючи відповідні феноменологічні аргументи.

Наступна пропозиція в цьому напрямку була пов'язана з використанням наближення сильного зв'язку, який мав своїм наслідком енергозалежну і комплексну матрицю розсіювання, властивості якої регулювались одним контрольним параметром [25]. Однак в такому разі незрозумілим залишається питання, в якій мірі матриця розсіювання, яку було отримано в рамках сильного зв'язку, може бути використана як адекватна модель для опису реалістичних металевих пристроїв з майже вільними електронами.

Для отримання реалістичних значень елементів \mathbf{S} -матриці корисно звернутися до двохтермінального S-N переходу, властивості якого на цей час відомі детально. Найбільш популярне наближення в даному випадку було запропоновано Блондером,

Тінкхамом і Клапвійком в роботі [14]. Воно базується на двох хвильових функціях у металевих одномірних провідниках, з'єднаних непровідним інтерфейсом, властивості якого моделюються потенціалом, що має вигляд дельта-функції. Це призводить до комплексних амплітуд t і r , і наша перша мета полягала в тому, щоб отримати 3×3 \mathbf{S} -матрицю для нормального трьохтермінального пристрою, яка має відтворити добре встановлені результати роботи [14] у разі, коли кількість дротів в системі скорочується до $N = 2$.

Для заданих хвильових чисел $k_i = \sqrt{2m(E_{F,i} \pm (\varepsilon^2 - \Delta^2)) / \hbar^2} > 0$ ($i = 1, 2, 3$, m – маса електрона, ε – енергія збудження, виміряна відносно енергії Фермі E_F , знак \pm відповідає електронним (e) і дірковим (h) збудженням) ми отримуємо дві вхідні та дві вихідні квазіелектронні та квазідіркові хвильові функції:

$$\begin{aligned} \psi_{S,i}^{e(\text{in})}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{u_i^2(\varepsilon) - v_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} u_i(\varepsilon) \\ v_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(-ik_i(\omega^e)x - i\omega^e t) \\ \psi_{S,i}^{h(\text{in})}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{v_i^2(\varepsilon) - u_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} v_i(\varepsilon) \\ u_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(ik_i(\omega^h)x - i\omega^h t) \quad (1.42) \\ \psi_{S,i}^{e(\text{out})}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{u_i^2(\varepsilon) - v_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} u_i(\varepsilon) \\ v_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(ik_i(\omega^e)x - i\omega^e t) \\ \psi_{S,i}^{h(\text{out})}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{v_i^2(\varepsilon) - u_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} v_i(\varepsilon) \\ u_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(-ik_i(\omega^h)x - i\omega^h t) \end{aligned}$$

де $u_i(\varepsilon) = \sqrt{(1 + \sqrt{1 - \Delta_i^2 / \varepsilon^2}) / 2}$ та $v_i(\varepsilon) = \sqrt{(1 - \sqrt{1 - \Delta_i^2 / \varepsilon^2}) / 2}$, $|\varepsilon| > \Delta_i$, $\hbar\omega^{\text{eh}}(k_i) = E_{F,i} \pm \varepsilon$ для електронів і дірок, відповідно [14]. У нормальному стані ми маємо $u_i(\varepsilon) = 1$ та $v_i(\varepsilon) = 0$ для електронних квазічастинок, тоді як для дірок $u_i(\varepsilon) = 0$ та $v_i(\varepsilon) = 1$.

Введемо, як було зазначено вище, допоміжний (повністю нормальний) вузол зникаючого розміру і знайдемо амплітуди переходу t_{ij} та амплітуди відбиття r_{ii} . Для цього нам потрібна безперервність відповідних хвильових функцій та збереження потоку ймовірностей $j(x) = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \frac{d\psi(x)}{dx} - \psi \frac{d\psi^*(x)}{dx} \right)$ для $x = 0$, тобто, мають бкти такі рівняння $\psi_1(0) = \psi_2(0) = \psi_3(0) = \psi_0 = \text{const}$ та $j_1(0) - j_2(0) - j_3(0) = 0$ (так звані модифіковані граничні умови Гриффіта). Розділивши обидві сторони останнього виразу на постійне значення $|\psi_0|^2$, яке безумовно має бути відмінним від нульового, отримаємо наступний результат

$$\text{Im} \left(\frac{1}{\psi_0} \frac{d\psi_2(x)}{dx} \Big|_{x=0} + \frac{1}{\psi_0} \frac{d\psi_3(x)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{1}{\psi_0} \frac{d\psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right) = 0. \quad (1.43)$$

Остання умова означає, що вираз у дужках - це реальна константа K , що характеризує сполучення хвиль при $x = 0$, отже,

$$\frac{d\psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{d\psi_2(x)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{d\psi_3(x)}{dx} \Big|_{x=0} = K\psi_0. \quad (1.44)$$

Для двохтермінального переходу рівняння (1.44) відтворює відому формулу для довільного δ -функціонального потенційного бар'єру на межі між двома нормальними

металами [14], і тому єдиний вільний параметр K в нашій теорії – це фактично «ефективний потенційний бар'єр» на вузлі. Враховуючи можливу невідповідність хвильових чисел Фермі $k_{F,i} = \sqrt{2mE_{F,i} / \hbar^2}$, отримуємо

$$t_{ij}^e = \frac{2\sqrt{k_{F,i}k_{F,j}}}{k_{F1} + k_{F2} + k_{F3} + iK} \quad \text{та} \quad r_{ii}^e = \frac{k_{F,i} - k_{F,j} - k_{F,l} - iK}{k_{F1} + k_{F2} + k_{F3} + iK}. \quad (1.45)$$

Тут $i=1,2,3$, $i \neq j$, $j \neq l$ і $i \neq l$, формули (1.45) справедливі для електронів, тоді як для дірок, які беруть участь у транспортних процесах у випадку, коли, принаймні, один дріт знаходиться у надпровідному стані, $t_{ij}^h = t_{ij}^{e*}$ та $r_{ii}^h = r_{ii}^{e*}$. Важливо, що навіть для ідеального контакту трьох однакових дротів, коли $K=0$, виникає ненульовий ефект зворотного розсіювання $r_{ii} \neq 0$. Зокрема, для трьох однакових квантових каналів і $K=0$ (цей відносно простий випадок буде розглянуто нижче) носій, що приходить із першого терміналу частково відбивається назад з імовірністю $|r_{11}^e|^2 = 1/9$ і частково передається іншим дротам з імовірністю $|t_{12}^e|^2 = |t_{13}^e|^2 = 4/9$.

Далі будемо вважати, що нескінченно малий вузол залишається нормальним навіть після переходу дротів у надпровідний стан. Зауважимо, що це лише математичний трюк, спрямований на застосування рівняння (1.44) до надпровідного розгалужувача. Останній додає до цього рівняння ще й андреевське перетворення електрона в дірку на інтерфейсах між нормальними областями вузлів та сусідніми до них надпровідними електродами. Використаємо далі звичайне наближення ступінчастої функції для параметра порядку, яке ігнорує його просторові зміни (див. вище) та припускаємо, що відповідна нормальна частина вузла має ті ж електронні параметри, що і надпровідник. В результаті алгебраїчних розрахунків отримуємо, що при нульовій температурі квазічастинка з енергією $|\varepsilon| < \Delta_i$ не може переходити з

одного боку N/S контакту на інший, тоді як для енергій, більших ніж щілина $|\varepsilon| > \Delta_i$, вона може потрапити до сусідньої області з амплітудою [8]

$$J_i(\varepsilon) = \sqrt{1 - v_i^2(\varepsilon) / u_i^2(\varepsilon)}. \quad (1.46)$$

Наступні обчислення ґрунтуються на 3×3 матриці розсіювання нормального вузла та зворотному андреевському відбитті на N/S інтерфейсі, яке з'єднує збудження електронів та дірок у кожній нормальній області, що прилягає до відповідного надпровідного дроту. Властивості розсіювання нормальною частиною переходу можна знайти таким же чином, як це було зроблено для двохтермінального випадку у статті Аверіна і Бардаса [8]. Зауважимо, що рівняння (1.45) визначає, яка частина зарядового потоку в нормальній області передається в надпровідний дріт і зворотно. Тоді наша мета полягає в обчисленні електронної $t_{N,i}^{e(out)}(\varepsilon)$ та діркової $t_{N,i}^{h(out)}(\varepsilon)$ амплітуди у кожній i -й нормальній частині вузла і розрахунку відповідної величини у надпровідних дротах

$$t_{S,i}^{e,h(out)}(\varepsilon) = J_i(\varepsilon) t_{N,i}^{e,h(out)}(\varepsilon). \quad (1.47)$$

Транспорт заряду через Y-подібний розгалужувач. Продемонструємо важливість і перспективність викладеної вище методики розрахунку транспортних характеристик багатотермінальних пристроїв на прикладі просторового відокремлення магнітних та надпровідних елементів гібридних гетероструктур зі спіновою накачкою, що пропонується нами.

Добре відомим і ефективним методом керування властивостями надпровідника є інжекція в нього надлишкових квазічастинок з некомпенсованим позитивним або негативним зарядом і, відповідно, з несиметричним заповненням гілок спектру квазічастинкових збуджень. Такі нерівноважні ситуації в надпровідниках називають

станами з зарядовим розбалансом [26]. Останнім часом в рамках спітроніки почав розвиватися новий спосіб контролю за властивостями надпровідника, який базується на інжекції квазічастинок з некомпенсованим сумарним спіном [27]. Для створення в ньому спінового розбалансу зазвичай використовують додаткове джерело спін-поляризованих електронів, яке приводиться в безпосередній контакт з надпровідником. Таким джерелом може бути провідний феромагнетик (метал або напівпровідник) із спонтанною спіноюю впорядкованістю носіїв заряду в намагніченому стані; Часткова зміна спінової орієнтації електронів із зовнішнього ланцюга відбувається під впливом струму високої густини, що проходить через феромагнітну плівку. Виконані таким чином експерименти (див., наприклад, роботу [28]) довели високу ефективність цього методу створення нерівноважного стану в надпровіднику.

Наступним кроком у розвитку методів інжекції спін-поляризованих електронів в надпровідник стало застосування спінових фільтрів, надтонких плівок феромагнітних сполук в стані ізолятора, здатних фільтрувати електрони вибірково відповідно до їх спінової орієнтації. Внаслідок обмінного розщеплення дно зони провідності в такому матеріалі знаходиться при різних енергіях для електронів зі спіном догори і електронів зі спіном униз, що призводить до залежності висоти тунельного бар'єру в такому спіновому фільтрі від спінової орієнтації, а, значить, і до залежності ймовірності квантово-механічного тунелювання крізь такий нанорозмірний прошарок від напрямку електронного спіну (див., наприклад, [29]). До сполук, які можуть бути використані для спінової фільтрації, належать феромагнітні напівпровідники EuS і EuO , оксиди BiMnO_3 , NiFe_2O_4 , CoFe_2O_4 , а також деякі нітриди, зокрема, GdN .

Спіновий фільтр дозволяє використовувати немагнітні метали в якості інжектора, в такому разі ступінь спінової некомпенсованості потоку електронів на виході фільтру цілком визначається різницею висот потенціальних бар'єрів для двох спінових напрямків. Такий пристрій, обраний за прототип, являє собою трьохшаровий

тунельний перехід з немагнітним інжектором NM, спіновим фільтром SF і надпровідником S (рис. 1.7а) [29]. Але така конструкція має недоліки. Порівняння вольт-амперних характеристик гетероструктур на основі двох NbN надпровідних електродів з нанорозмірним спін-фільтруючим проміжком GdN і немагнітним прошарком AlN виявило суттєве зменшення величини енергетичної щільності в NbN плівках від 2.25 меВ в переходах з немагнітним AlN бар'єром до 1.65 меВ в переходах з магнітним GdN бар'єром [30]. Цей результат свідчить про наявність приповерхневої деградації надпровідних електродів, які знаходяться в безпосередньому контакті зі спіновим фільтром.

Для того, щоб уникнути прямого впливу магнітної плівки на надпровідну, необхідно просторово віддалити їх. Ми пропонуємо зробити це шляхом застосування квантового розгалужувача, котрий розщеплює потік квазічастинок на два, зберігаючи квантову когерентність. Якщо цей пристрій працює в квантовому режимі зарядового транспорту, тобто потоки квазічастинок залишаються фазово-когерентними, тоді квантові стани окремих частинок в обох пучках будуть зберігати взаємозв'язок один з одним, навіть у випадку, коли вони будуть суттєво рознесені в просторі. Цей факт є наслідком квантової запутаності. Таким чином, пучок електронів з некорельованими напрямками спінів від немагнітного металевого електроду NM потрапляє на вузол розгалужувача, після чого розподіляється на два потоки, один з яких потрапляє на спіновий фільтр SF, а другий – в провідник 3, з'єднаний з надпровідником S (рис. 1.7б).

Спіновий фільтр пропускає крізь себе електрони вибірково. У разі, коли ймовірність проходження електронів зі спіном униз суттєво перевищує ймовірність проходження електронів зі спіном догори, ймовірність бути відбитим назад к вузлу розгалужувача вище у електронів зі спіном догори. Останні повертаються до вузла розгалужувача і частково відбиваються в провідник 3, який веде до надпровідника S, в якому доля інжегованих електронів зі спіном догори може суттєво перевищувати долю електронів зі спіном униз (див. далі приклад). Таким чином реалізується

інжекція спін-поляризованих електронів в надпровідник S від немагнітного нормального металу NM за допомогою спінового фільтру SF, який просторово розділений з надпровідником S (рис. 1.76).

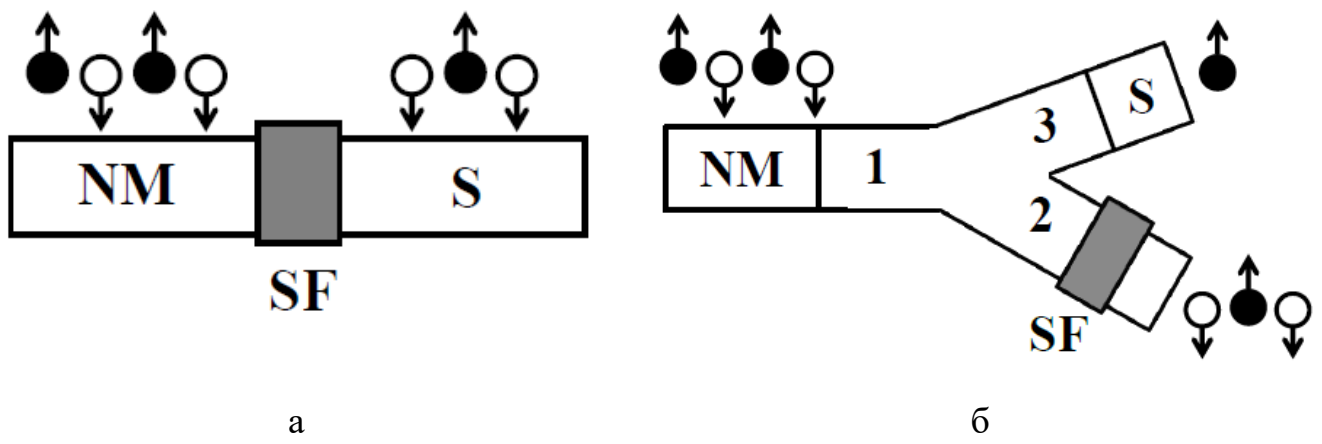


Рисунок 1.7 – (а) Схематичне зображення існуючого методу інжекції спін-поляризованих електронів в надпровідник за допомогою послідовно з’єднаних інжектора з нормального немагнітного металу NM, спінового фільтру SF і надпровідника S [29] і (б) схематичне зображення способу інжекції спін-поляризованих електронів в надпровідник, що пропонується нами. В останньому випадку пристрій являє собою квантовий розгалужувач, який складається з вхідного провідника 1, з’єданого з нормальним немагнітним інжектором, провідника 2, на кінці якого розміщено спіновий фільтр SF, і провідника 3, який веде до надпровідника S. Як приклад, в обох випадках вважаємо, що ймовірності проходження через фільтр електронів зі спінами униз і догори становить близько 100 і 50 відсотків, відповідно

В результаті його роботи потік електронів з некорельованими спінами буде розподілено на потік електронів переважно зі спінами униз, який виходить зі спінового фільтру, і потік електронів переважно зі спінами догори, які потрапляють в

надпровідник. Ступінь поляризації останніх залежить від ефективності роботи спінового фільтру і розсіювання на вузлі розгалужувача.

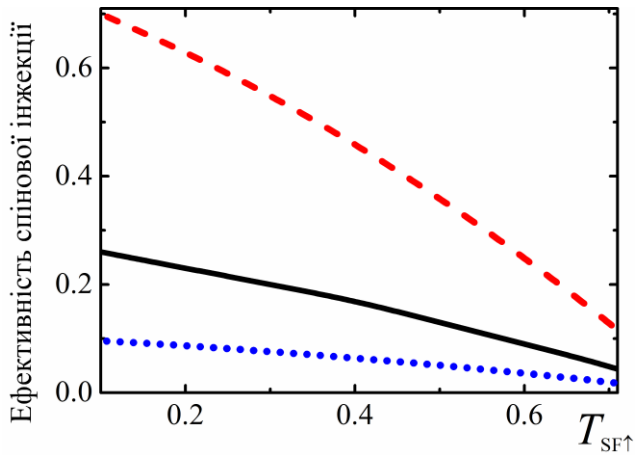


Рисунок 1.8 – Залежність фактору ефективності спінової інжекції F від параметру спінового фільтру $T_{SF\uparrow}$ для різних співвідношень хвильових чисел Фермі в трьох провідниках, що складають запропонований квантовий розгалужувач: $k_1 = k_2 = k_3$ (суцільна крива), $k_2 = 5k_1 = 5k_3$ (штрихова крива), $k_3 = 5k_1 = 5k_2$ (точкова крива).

Ймовірність пройти крізь спіновий фільтр для електронів зі спіном униз була фіксованою $T_{SF\downarrow} = 0.9$

На рис. 1.8 наведено результати чисельних розрахунків ефективності запропонованого методу інжекції спін-поляризованих електронів в надпровідник, які було реалізовано на основі теорії квантового транспорту в багатотермінальних структурах з одним або двома надпровідними провідниками, яку було запропоновано в даному розділі. Позначимо ймовірність пройти крізь спіновий фільтр для електронів зі спіном униз через $T_{SF\downarrow}$, а відповідну величину для електронів зі спіном догори через $T_{SF\uparrow}$. Для характеристики ефективності спінової інжекції в надпровідник S вводимо фактор $F = (T_{13\uparrow} - T_{13\downarrow}) / (T_{13\uparrow} + T_{13\downarrow})$, де $T_{13\uparrow}$ і $T_{13\downarrow}$ - імовірності переходу від провідника 1 до провідника 3, з'єданого з надпровідником S, для електронів зі спіном догори і

електронів зі спіном униз, відповідно. Слід зауважити, що остаточний результат для фактору ефективності спінової інжекції F залежить від співвідношення між хвильовими числами Фермі в провідниках, що складають розгалужувач, тобто від відповідних матеріалів, оптимальній підбір яких дозволить суттєво підвищити різницю між концентраціями надлишкових електронів з різними спінами в надпровіднику. Рис. 1.8 ілюструє, яким чином дана характеристика залежить від співвідношення хвильових чисел Фермі в трьох провідниках розгалужувача при фіксованому значенні $T_{SF\downarrow}$ і змінному параметрі $T_{SF\uparrow}$.

Підкреслимо ще раз, що спінова сепарація відбувається у нашому пристрої навіть для нормального інжектора. Якщо він є феромагнітним, то спінова поляризація вихідних електронів посилиться ще більше. Вважаємо, що запропонований підхід до інжекції спін-поляризованих електронів в надпровідник може бути використано при проектуванні детекторів електромагнітного НВЧ випромінювання.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ПРОВІДНОСТІ І ДРОБОВОГО ШУМУ НАДПРОВІДНИХ КВАНТОВИХ ІНТЕРФЕРОМЕТРІВ НА ОСНОВІ ТОПОЛОГІЧНО ЗАХИЩЕНИХ КРАЙОВИХ СТАНІВ

2.1 Стан проблеми

Абстрактні математичні ідеї часто відігравали важливу роль у нашому розумінні фізичного світу. Протягом останніх півтора десятиліть поняття топології стало одним із найбільш популярних в квантовій фізиці і нині активно використовується для прогнозування нових фаз матерії, зокрема, топологічних ізоляторів з діелектричним об'ємом і металевими поверхнями [31-33]. На відміну від квантового ефекту Холла, який вимагає порушеної симетрії відносно зворотного часу, зонні структури топологічного ізолятора захищені саме симетрією зворотного часу. Нетривіальна топологія топологічних ізоляторів проявляє себе завдяки існуванню непарної кількості безщільних поверхневих станів, які існують на межі розділу між цим матеріалом і тривіальними ізоляторами (до яких належить і вакуум). Ці топологічні поверхневі стани захищені від ефектів, обумовлених розсіюванням на неоднорідностях тому, що спин і імпульс зафіксовані один до одного. Дані особливості топологічно захищених крайових станів роблять топологічні ізолятори важливими матеріалами для дослідження різноманітних фізичних явищ і відповідних практичних застосувань.

У 2008 році топологічно нетривіальна фаза була вперше виявлена в системі сплаву $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ за допомогою фотоемісійної спектроскопії з роздільною кутовою здатністю (ARPES) та скануючої тунельної спектроскопії (STS) [34]. З тих пір у центрі уваги досліджень топологічних ізоляторів були халькогенідні сполуки [35]. Однак незабаром стало зрозуміло, що ці халькогенідні топологічні ізолятори мають високу провідність через кристалічні дефекти. В такому разі об'ємна провідність маскує

провідність крайових станів і перешкоджає дослідженню нової фізики та практичним застосуванням, пов'язаним з нею. Таким чином, основним завданням подібних експериментів стало придушення паразитної об'ємної провідності та реалізація транспорту з домінуванням топологічних приповерхневих станів шляхом зменшення кількості дефектів.

Після теоретичного прогресу в цій галузі та прогнозування різних топологічних ізоляторів у двох- та тривимірному режимах розпочалися експериментальні пошуки топологічних станів та зондування крайових струмів [36]. На цей час існує багато доказів того, що при дуже низьких температурах недисипативні струми виникають на межі поділу між двома топологічно різними фазами. Тим не менш, все більше і більше ознак того, що такі провідні канали можуть мати також і нетопологічну природу. Ці тривіальні (з точки зору топології) крайові стани виникають в ситуації, коли хімічний потенціал знаходиться в щілинній зоні у масиві матеріалу, але закріплюється в зоні провідності на його поверхні. Наприклад, такий сценарій було реалізовано у двовимірних переходах Джозефсона на основі InAs, див. роботу [37] та посилання в ній на деякі інші пов'язані публікації, які, в основному, стосуються допованих напівпровідників.

Нещодавно наявність несподіваних нетопологічних струмів було виявлено в матеріалах, де їх походження, очевидно, зовсім інше. Наприклад, досліджуючи індуковану ефектом близькості надпровідність та порівнюючи виміри нормального стану в зразках різної геометрії, автори [38] довели наявність металоподібної крайової провідності у щілинному графені, що пояснювалось нетривіальною топологією розщеплених спектрів Дірака. Проте, згідно з новою роботою [39], цей провідний стан не має топологічного походження, а скоріше пов'язаний із звичайним накопиченням заряду на краях графену. Більш того, було виявлено, що крайова провідність мало впливає на потік струму при нульовому магнітному полі, але призводить до індукованого полем роз'єднання між крайовим та об'ємним транспортом у помірних полях [39]. Цей приклад доводить необхідність детального вивчення внутрішніх

крайових струмів у різних екзотичних матеріалах з використанням добре розроблених експериментальних методів.

Ми пропонуємо для зондування протяжних струмопровідних крайових мод більш простий (проте дуже ефективний) підхід - це скануюча тунельна методика з двома вістрями, один із нормального, а другий із s -хвильового надпровідника. В цьому розділі ми покажемо, що наш пристрій здатний реалізувати ефект квантової інтерференції квазічастинок, що рухаються в протилежних напрямках вздовж металоподібних одновимірних крайових каналів, і тому може бути корисним для виявлення походження аномальних провідних крайових станів у новітніх квантових матеріалах.

2.2 Теоретична модель

Слідуючи евристичним міркуванням Лафліна, які він висунув незабаром після експериментального відкриття цілочисельного квантового ефекту Холла, ми обмежимося двовимірним диском Корбіно з рівномірною щільністю мобільних носіїв на плато квантового ефекту Холла (рис. 2.1). Для розрахунку вольт-амперних кривих використаємо наш підхід до аналізу транспортних характеристик, запропонованого в першому розділі даного звіту. Розглянемо нанорозмірне фазово-когерентне квантове кільце, зображене на рис. 2.1, яке з'єднано з двома електронними резервуарами, що характеризуються своїми хімічними потенціалами μ_L та μ_R .

Уявімо собі спочатку двотермінальну одновимірну структуру, утворену трьома основними елементами, нормальним вістрям N з вхідними електронами, складним пристроєм O у нормальному стані та вістрям S s -хвильового надпровідника з ізотропною енергетичною щільною. Введемо додаткову нескінченно малу нормальну секцію n між кільцем і S –електродом, як це було зроблено наприкінці попереднього розділу. Тоді пристрій O , який вважається квантово-когерентним і обмеженим

точками 1 і 2, складається з двох Y-подібних розгалужувачів із власними матрицями розсіювання, які показано окремо з обох сторін рис. 2.1, та самого одномірного квантового кільця. Зарядовий струм I у гетероструктурі, зображений на рис. 2.1, є однаковим у всіх послідовно з'єднаних частинах даного гібридного пристрою, отже, ми можемо обчислити його у нормальному дроті, що поєднує лівий резервуар з вістрям N.

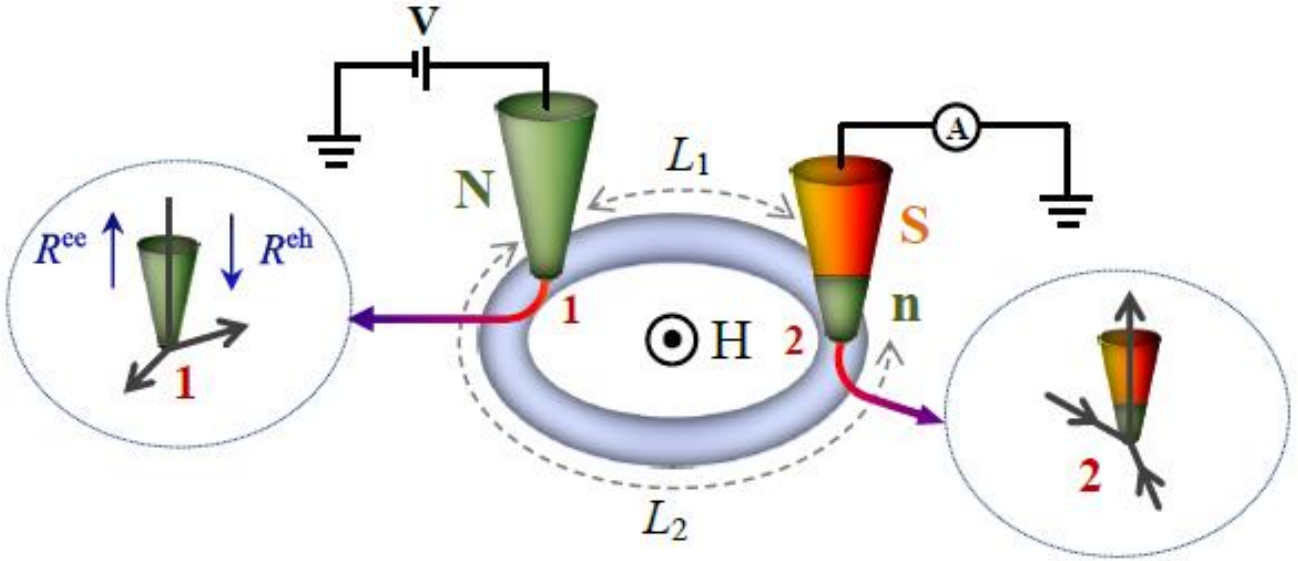


Рисунок 2.1 – Ілюстрація експериментальної установки з двома вістрями, нормальним (N) та надпровідним (S), для зондування крайових струмів у диску Корбіно. Дві виділені області демонструють наявність двох розгалужувачів. Характер зарядового транспорту по нанорозмірному кільцю можна виміряти шляхом сканування електричної напруги V від нуля до $2\Delta/e$, Δ - це енергетична щілина надпровідника. Інші деталі пояснюються в тексті

Подальші розрахунки відповідають методиці, запропонованій в першому розділі. Для електрона, що надходить у систему з лівого резервуару, є дві можливості - розсіятися назад як електрон з амплітудою ймовірності $R^{ee}(\epsilon)$ або як дірка з амплітудою ймовірності $R^{eh}(\epsilon)$, які ми розраховуємо виходячи з рівнянь (1.41).

Зарядовий транспорт крізь N-O-n/S, де n – допоміжна нормальна вставка, товщина котрої надзвичайно мала, інтерпретуємо як послідовність нескінченної кількості подій розсіювання на інтерфейсах, в тому числі андреєвське електронно-діркове перетворення та навпаки на n/S інтерфейсі.

Основна проблема полягає у розрахунках амплітуд ймовірностей для електрона (e) або дірки (h), що проходять через O пристрій у нормальному стані $t_0^{e(h)}$ та амплітуд ймовірностей $r_0^{e(h)\rightarrow}$ і $r_0^{e(h)\leftarrow}$ для квазічастинок, що надходять з вістря N (\rightarrow) та вістря S (\leftarrow) і розсіюються назад з області O. Амплітуди r^{eh} і r^{he} описують процеси андреєвського відбиття, коли електрон (дірка), що падає на поверхню n/S з боку O, розсіюється назад у дірковий (електронний) стан відповідно. Останні події, за допомогою яких нормальний струм перетворюється у надструм, характеризуються амплітудами $h(\varepsilon)=\text{sign}(\varepsilon)\sqrt{\varepsilon^2-\Delta^2}$ для $|\varepsilon|>\Delta$ та $h(\varepsilon)=i\sqrt{\Delta^2-\varepsilon^2}$ для $|\varepsilon|<\Delta$.

Різниця між дірками та електронами в амплітудах $t_0^{e(h)}$, $r_0^{e(h)\rightarrow}$, і $r_0^{e(h)\leftarrow}$ походить від відмінності їхніх хвильових чисел, яка зростає зі збільшенням енергії квазічастинки ε над енергетичною щілиною Δ . $k^{e(h)}(\varepsilon) = k_F \pm \varepsilon / (\hbar v_F)$, k_F і v_F - це хвильове число Фермі та швидкість Фермі, відповідно. Комплексно-значний фазовий зсув, отриманий під час проходження електроном (діркою) між точками 1 і 2, контролює форму кривої $G(V)$. Вплив нерівності $k^e(\varepsilon) \neq k^h(\varepsilon)$ залежить від значення безрозмірного параметра $\eta = L\Delta / (\hbar v_F)$. Він надзвичайно малий, коли $\eta \ll 1$ і починає відігравати важливу роль при зростанні параметру вже для $\eta \leq 1$, див. нижче.

Розрахуємо далі параметри розсіювання t_0^e , $r_0^{e\rightarrow}$ та $r_0^{e\leftarrow}$ для електронів з використанням модифікованих граничних умов Гріффіта в вузлах переходу (див. попередній розділ), що впливають з однозначності хвильових функцій $\psi_1(0) = \psi_2(0) = \psi_3(0) = \text{const}$ та закону збереження струму (закон Кірхгофа), наприклад $j_1(0) - j_2(0) - j_3(0) = 0$. Відповідне узагальнення для дірок тривіальне. У кожному дроті

координата, позначена x_n , збільшується від вузлів, де вони перетинаються. У цих точках вхідні квазічастинкові хвильові функції несуть одиничний потік $\psi_n^{(in)}(x_n) = \left(m / \hbar \sqrt{k_n}\right) \exp(-ik_n x_n)$ з m – квазіелектронною масою, сплутуються і разом з вихідними хвилями утворюють хвильові функції $\psi_n(x_n)$ у кожній гілці. У зовнішньому магнітному полі під час руху вздовж петлі з лівого на правий вузол носії струму отримують додаткову фазу $2\pi\Phi L_1 / (\Phi_0 L)$ і $-2\pi\Phi L_2 / (\Phi_0 L)$ для руху за годинниковою стрілкою та проти неї у верхній (1) та нижній (2) петлях, довжини яких L_1 і L_2 , відповідно. Тому хвильові функції в різних частинах кільця з координатами $y_{i,1}$ зростають від лівого вузла до правого згідно з формулою $\psi_{1,2}(y_{1,2}) = \left(m / \hbar \sqrt{k_{1,2}}\right) \exp(ik_{1,2} y_{1,2} \pm 2\pi i \Phi y_{1,2} / (\Phi_0 L))$, де $L = L_1 + L_2$ – довжина окружності петлі. Вони мають відповідати амплітудам імовірності у лівому і правому вузлі. Використовуючи наведені вище співвідношення, ми можемо обчислити хвильові амплітуди для носіїв, що рухаються всередині петлі та переносяться до правого резервуару, які нормовані на амплітуду, що описує електрони з лівого резервуара. Звичайно, електронна хвиля, що рухається у верхній частині кільця, ділиться між двома частинами, які потрапляють у нижню частину і на вихід, та відбиваються у верхню частину кільця. Коли пристрій ідеально квантово-когерентний, всередині кільця існує нескінченна кількість внутрішніх явищ відбиття і передачі, як це зазначалося вище. Зауважимо, що характер спостережуваної квантової інтерференції радикально залежить від співвідношення між довжиною фазової когерентності та довжинами L_1 і L_2 двох частин кільця.

У наступному підрозділі ми представляємо наші чисельні результати, що демонструють різницю між квантовим (балістичним) та класичним (із втратами) режимами зарядового потоку через кільце.

2.3 Чисельні результати і їхнє обговорення

Напруга V , прикладена до пристрою, зображеного на рис. 2.1, породжує потік заряду через неї. Застосування вістря S значно підвищує чутливість спектрів провідності $G(V)$ до характеру зарядового транспорту крізь область O . Як відомо для тришарових структур N-бар'єр-S [40], із збільшенням ймовірності проходження через бар'єр форма диференціальної провідності $G(V)$ змінюється від двох виразних піків при $|V| = \Delta/e$ (режим тунелювання) до плоскої ділянки зі збільшенням в два рази провідності при $|V| < \Delta/e$ (режим точкового контакту). Як пояснюється нижче, подібне перетворення очікується для нашого пристрою, коли порушуються умови $t_O^{e(h)} \leq 1$ майже ідеального транспорту через гетероструктуру. Це можливо, якщо параметром η не можна нехтувати або коли увімкнене зовнішнє магнітне поле \mathbf{H} , див. нижче.

Почнемо з розрахунків для дуже малих параметрів η та відсутніх магнітних полів. Перша умова означає, що ми можемо ігнорувати різницю між імпульсами електронів і дірок з однаковою енергією та враховувати лише різницю їх зарядів. Це відповідає надзвичайно малим кільцям, зробленими зі звичайних металів з відносно високою швидкістю Фермі v_F . Наші розрахунки показують, що в цьому випадку спектр провідності не залежить від положення S вістря, а його форма дуже подібна до такої у випадку точкового контакту нормального вістря з надпровідником. Цей результат дивний з точки зору класичної теорії електричних ланцюгів. Дійсно, якщо два плеча класичної петлі мають різний опір, загальний опір є функцією їх співвідношення, і струм у кільці з напругою повинен залежати від положення рухомого вістря. У квантових пристроях струми визначаються граничними умовами, отже, мають збігатися. Якщо умови зарядового транспорту в двох плечах відрізняються (наприклад, їх довжина неоднакова), то (навіть за відсутності магнітного поля) по квантовому кільцю циркулюють постійні струми I_0 . Тоді

загальний потік вхідних носіїв I розпадається на дві складові, що протікають у плечах $I_1 = I/2 + I_0$ та $I_2 = I/2 - I_0$, див. [41] та посилання в цій публікації. Вставка на рис. 2.2 показує, як різниця $\delta I_0 = (I_1 - I_2)/2(I_1 + I_2)$ змінюється зі зміною співвідношення між двома довжинами $\delta L = (L_1 - L_2)/(L_1 + L_2)$. Наявність постійного струму забезпечує незалежність кінцевої характеристики $G(V)$, вимірної поза кільцем, від положення надпровідного вістря. Його форму можна побачити на рис. 2.2а.

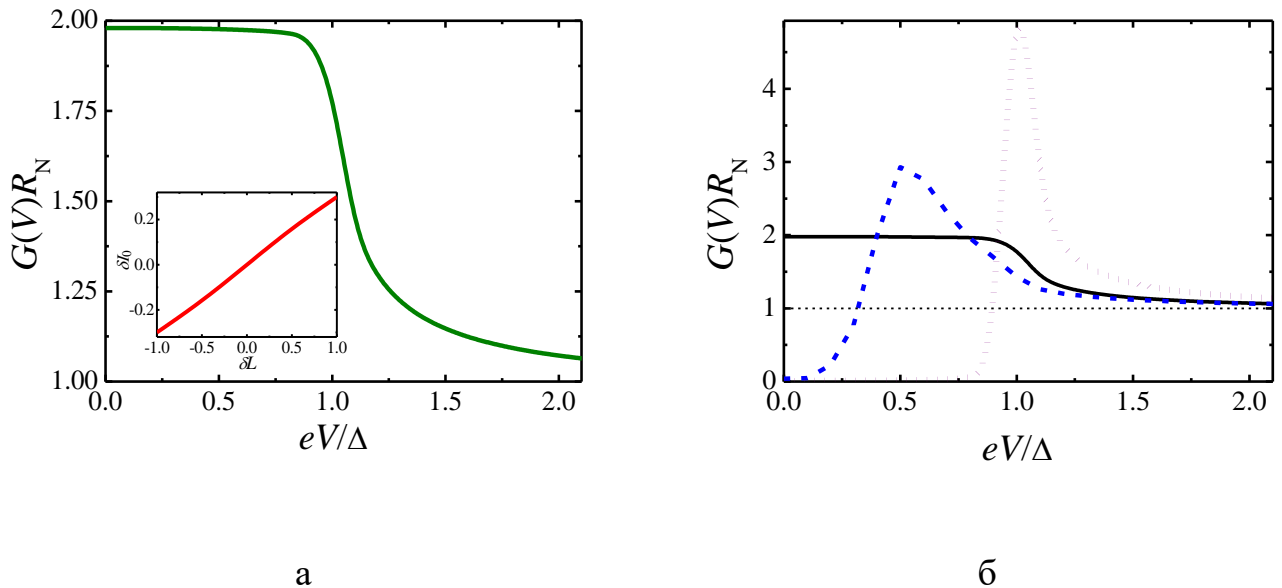


Рисунок 2.2 – Спектри диференціальної провідності $G(V)$ квантового кільця, зображеного на рис. 2.1 без (а) та за наявності (б) зовнішнього магнітного поля \mathbf{H} ; вважається, що імпульси Фермі для електронів і дірок збігаються ($\eta \ll 1$). Для $H = 0$ крива $G(V)$ не залежить від положення S-вістря. Для $H \neq 0$ магнітний потік Φ через кільце дорівнює $0, 0.01\Phi_0$, і $0.1\Phi_0$ (суцільна, пунктирна, і точкова лінії, відповідно), $\Phi_0 = h/2e$ –елементарний квант магнітного потоку, R_N - опір того ж пристрою в нормальному стані, Δ - енергетична щілина надпровідного вістря, $L_1 = L_2$. Хвильові числа Фермі для металевого кільця вдвічі більше, ніж для вістря. Вставка на рис. 2.2а показує залежність різниці струмів δI_0 від різниць довжин двох сегментів кільця δL

Магнітний потік Φ крізь кільце порушує симетрію зворотного ходу, реалізуючи бажаний напрямок зарядового потоку. Таким чином потік Φ руйнує компенсуючий характер постійних струмів i , як наслідок, частина потоку електронів, що надходить на N-вістря з лівого резервуара, відбивається назад. Таке зворотне відбивання подібне до ефекту бар'єру, і в результаті спектри провідності $G(V)$ для ненульових магнітних полів, зображені на рис. 2.2б, нагадують загальноприйнятні характеристики тришарових гетероструктур на основі надпровідників з тунельним бар'єром [40].

Перейдемо до випадку, коли різниця імпульсів Фермі для електронів і дірок важлива, наприклад, у допованих напівпровідниках з відносно малою швидкістю Фермі. Рис. 2.3а демонструє вплив параметра η на спектри провідності обговорюваної установки з двома рівними плечами, $L_1 = L_2$. Хоча для $\eta \sim 1$ спектри провідності залежать від положення S-вістря, ці зміни слабкі та незначні, тому ми не обговорюємо їх у даному звіті.

Більш важливою є принципова несхожість між кривими $G(V)$ для параметра $\eta \ll 1$ (характеристика, подібна до такої для точкових контактів) та $\eta \approx 1$ (наявність помітного провалу в області щілини разом із подвоєним значенням при нульовій напрузі). Остання характеристика є досить несподіваною з точки зору традиційної теорії спектроскопії гетероструктур на основі надпровідників високої провідності [40], хоча подібні аномалії часто спостерігалися при вимірах точкових контактів надпровідників, див. статтю [42] та посилання в ній. Можливо, в деяких випадках вони були обумовлені саме наявністю двох провідних каналів (замість очікуваного єдиного).

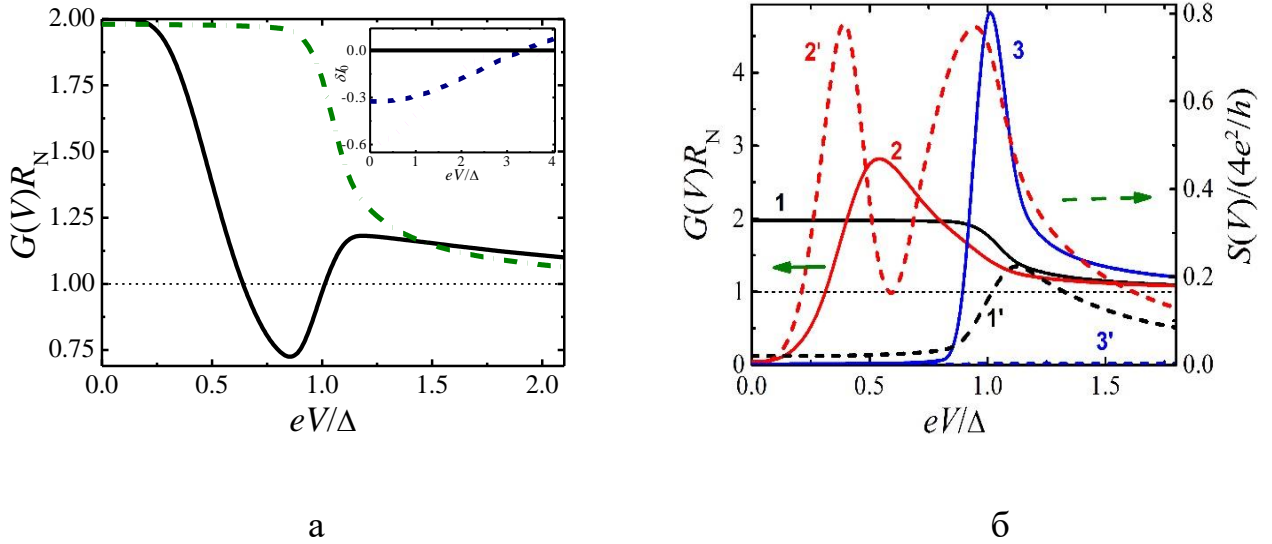


Рисунок 2.3 – Спектри нормованої диференціальної провідності $G(V)R_N$ квантового кільця, зображеного на рис. 2.1 без (а) та за наявності (б) зовнішнього магнітного поля \mathbf{H} , $L_1 = L_2$. Різниця імпульсів Фермі для електронів і дірок $\eta = 1$ значна, хвильові числа Фермі для металевого кільця вдвічі більше, ніж для вістря. Решта величин такі ж, як на рис. 2.2. На рис. 2.3б суцільні лінії відповідають нормованій диференціальній провідності, а штрихові лінії – спектрам дробового шуму, магнітний потік Φ через кільце дорівнює 0 (криві 1), $0.01\Phi_0$ (криві 2) та $0.1\Phi_0$ (криві 3). Вставка на рис. 2.3а демонструє залежність δI_0 від V для цих значень Φ

Для симетричної структури з $L_1 = L_2$ та $H = 0$ протилежно спрямовані струми гасять один одного, як було сказано вище, але різниця виникає із збільшенням магнітного поля, див. вставку на рис. 2.3а. Рис. 2.3б демонструє еволюцію кривих $G(V)$ під дією магнітного поля для симетричного кільця. Знову ж таки, ми можемо побачити трансформацію форми спектрів провідності від такої, що іноді спостерігається при вимірюваннях точкових контактів на основі надпровідників (суцільна крива), до загальноприйнятих характеристик тришарових структур N-бар'єр-S, які обговорюються в огляді [40]. Порівняно з результатами, показаними на рис. 2.2б, це відбувається для помітно більших значень зовнішніх магнітних полів.

Щоб продемонструвати переваги одночасних вимірів ще і дробового шуму, ми розрахували залежність останнього від величини електричної напруги $V = (\mu_L - \mu_R)/e$ для тих же самих параметрів, що і для спектри диференціальної провідності. Наявність S-вістря значно підвищує чутливість спектрів дробового шуму $S_I(V)$ до режиму зарядового транспорту через квантове кільце. Спостереження цього ефекту у зовнішніх магнітних полях разом із відповідними спектрами диференціальної провідності (див. рис. 2.3б) здатні довести наявність квантових кореляцій у зарядовому потоці, локалізованому на краях зразка. Більш того, у класично-хвильових системах дробовий шум відсутній, і тому його вимірювання однозначно прояснить природу обговорюваних струмів.

Як наголошувалося в роботі [43], вимірювання електричної провідності мають обмежену сферу визначення гібридних крайових андреевських станів. Тому для виявлення екзотичних станів автори [43] виміряли дробовий шум разом зі спектром провідності в квантовому холлівському зразку на основі графену. Вони заявили про більш близьке узгодження експериментальних результатів зі сценарієм рівномірного фазового усереднення, що продемонструвало вирішальну участь (навіть при дуже низькій температурі) статичного безладу та непружних процесів уздовж граничних струмонесучих мод.

Комбінація двох електронних методів для дослідження провідності та спектрів дробового шуму в квантових когерентних провідниках вже починає бути популярною методологією отримання інформації про квантовий транспорт. Зокрема, це було зроблено при дослідженнях дробового квантового ефекту Холла [44], спінополяризованого квантового транспорту [45-48], ефекту Кондо [49], електронно-вібраційної взаємодії [50,51], тощо. Подібні експерименти з двома зондами разом із вимірюванням провідності можуть бути використані як інструмент виявлення топологічно захищених збуджень в нових квантових матеріалах з метою цілеспрямованого транспорту квантової інформації за допомогою топологічного імунітету до дефектів і безладу [52].

Важливість отриманих результатів пов'язана із зростаючим інтересом до функціональних матеріалів, що містять провідні крайові стани без дисипації за відсутності зовнішнього магнітного поля. Дуже складно експериментально виявити відмінність між класичними та квантовими приповерхневими струмами, а також між топологічно захищеними і топологічно тривіальними станами у прикордонній області через їх подібність. Як відомо, когерентні квантові системи можуть підтримувати зарядові потоки, які залишаються постійними з плином часу, не розсіюючи енергію та не затухаючи, навіть у випадку, коли вони позбавлені будь-яких зовнішніх джерел живлення. Такі постійні струми можуть виникати не тільки у надпровідних та надплинних системах, а й у нормальних провідних фазах із замкнутими шляхами, меншими за довжину розриву фази. Їх наявність виявлено за допомогою магнітометрії, результати якої добре узгоджуються з розрахунками на основі моделі невзаємодіючих електронів.

Наша система простіша і дозволяє отримати непряме підтвердження наявності бездисипативних струмів шляхом моніторингу спектрів диференціальної провідності для різних позицій S-вістря. Застосування слабких перпендикулярних магнітних полів може вирішити цю проблему більш детально. Швидке перетворення вимірюваної диференціальної провідності $G(V)$ від такої, що нагадує криву точкового контакту, до характеристики, подібної до тунельного контакту, і періодичність ефекту магнітного потоку Φ з періодом Φ_0 дасть чіткі експериментальні докази наявності постійних струмів. Важливу інформацію щодо електронних характеристик крайових мод можна отримати, порівнявши виміряні $G(V)$ для різних досліджуваних матеріалів. Змінюючи вміст домішок з допуючих речовин, що зберігають симетрію зворотного часу, на ті, що її порушують, можна з'ясувати, чи дійсно ми маємо справу з топологічним матеріалом, де проміжні об'ємні зони, що характеризуються нетривіальною топологією, підтримують безщілинні зарядові струми по краях зразка.

3. УЗАГАЛЬНЕННЯ ФОРМАЛІЗМУ ЗАРЯДОВОГО РОЗСПЮВАННЯ ДЛЯ НАДПРОВІДНИХ ГЕТЕРОСТРУКТУР НА ВИПАДОК ТЕМПОРАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ. АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОГО ВІД ЧАСУ ТРАНСПОРТУ ХВИЛЬОВИХ ПАКЕТІВ КРІЗЬ ЕЛЕМЕНТИ НАДПРОВІДНОЇ МЕРЕЖІ

3.1 Стан проблеми

В майбутньому квантовий інтернет має стати всесвітньою системою сполучених комп'ютерних мереж, в якій передача інформації здійснюється у вигляді кубітів між фізично розділеними квантовими процесорами. Реалізація цього амбітного проєкту дозволить забезпечити надзвичайно безпечний зв'язок, реалізувати принципово новий рівень квантових обчислень, створити унікальні пристрої, такі як нові типи датчиків гравітаційних хвиль або телескопи з безпрецедентною роздільною здатністю.

В основі квантових комунікацій лежить інформація, що зберігається в кубітах - квантовому еквіваленті бітів у звичайних комп'ютерах. Квантові мережі працюють подібно до класичних мереж, але принцип їхньої дії базується на специфічних для квантової фізики явищах, таких як здатність окремих частинок або атомів існувати у суперпозиції декількох одночасних станів або створювати «заплутані» стани з іншими мікрооб'єктами. Саме це «заплутування» має багато потенційних застосувань, починаючи з шифрування – дійсно, оскільки вимірювання на заплутаних об'єктах завжди корелюють, багаторазово зчитуючи стани своїх кубітів, користувачі можуть генерувати секретний код, який відомий лише їм.

Квантовий процесор, основний елемент квантової мережі являє собою невеликий квантовий комп'ютер, здатний виконувати квантові логічні операції над певною кількістю кубітів. Якщо мова йде про твердотільну реалізацію такого процесору, то в даний момент основним напрямком його створення є надпровідна

квантова електроніка [53]. Слід зауважити, що ідея використання в комп'ютерах ефекту надпровідності виникла ще в 60-х роках минулого сторіччя після створення відповідних тунельних структур і відкриття ефекту Джозефсона. Потім було з'ясовано, що відсутність тепловиділення не є основною перевагою надпровідникової техніки. Набагато більш важливим фактором є внутрішня когерентність надпровідного стану, в якій конденсуються всі електрони. Використовуючи квантові ефекти, які виникають таким чином, процесор на основі надпровідників може генерувати і оперувати кубітами. Великий квантовий комп'ютер може бути побудовано шляхом створення мережі надпровідних процесорів з мобільними (їх здебільшого називають «літаючими») кубітами, таким чином уникаючи необхідності створити єдину дуже складну структуру. Літаючі кубіти, в яких інформація кодується присутністю або відсутністю частинок (електронів, фотонів, тощо), що поширюються в просторових режимах, потрібні і для реалізації квантового інтернету, де вони, як очікується, забезпечать квантове перенесення стану у вигляді заплутаних кубітів між дуже віддаленими фізично квантовими системами [54]. Для реалізації цих планів потрібно виконати дві основні вимоги [55]: (а) можливість з'єднати стаціонарні і мобільні кубіти в єдину мережу і (б) здатність керувати літаючими кубітами таким чином, щоб можна було передавати квантову інформацію між точно зазначеними місцями. Що стосується другої умови, то одиночні фотони в даний час є найкращими носіями квантової інформації, оскільки вони швидкі, надійні та здатні переміщуватися на великі відстані без втрати когеренції, тобто вплив навколишнього середовища на них дуже слабкий. Але в цьому випадку виникає проблема з першою вимогою, оскільки при наявності надпровідних квантових процесорів передача інформації від них до мобільних кубітів можлива лише за допомогою взаємодії між цими різними за фізичними властивостями типами квантових систем. Для цього потрібно вирішити багато складних інженерних завдань як перекодування квантових станів від надпровідникового кубіту на фотони, а потім їх когерентне поглинання другим кубітом [56-57].

Таким чином, використання балістичних квазічастинок, що поширюються в електронних хвилеводах, квазіодновимірних квантових дротах без суттєвої декогеренції, може стати свого роду компромісним вирішенням проблеми взаємозв'язку між надпровідниковими процесорами. Проте для цього треба розв'язати декілька проблем, з яких основною є контроль за напрямком і швидкістю, з якою розповсюджується літаючий кубіт. Відомі класичні рішення у даному випадку є неприйнятними, оскільки вони обов'язково ведуть до втрати квантової інформації і не піддаються контролю в режимі реального часу. Когерентними квазічастинками можна керувати за допомогою ефекту квантової інтерференції.

Основним завданням цієї частини роботи було запропонувати, яким чином можна маніпулювати ними *in situ*, об'єднуючи, розкладаючи і передаючи інформацію за бажанням. По-перше, на відміну від традиційних джерел вільних ферміонних збуджень, які в основному були дуже великими електронними резервуарами в стані теплової рівноваги, потрібні нові електронні джерела, здатні ввести в квантову мережу один електрон з чітко визначеною та контрольованою хвильовою функцією. Відповідний експериментальний прогрес в цьому напрямку [58], який називають квантовою електронною оптикою, разом з нещодавніми успіхами у створенні низьковимірних провідників з наперед контрольованими властивостями, можна вважати важливим кроком у розповсюдженні квантової інформації ферміонами.

В рамках квазікласичного наближення квазічастинкові ферміонні збудження, що виникають у колективній поведінці твердого тіла, можна інтерпретувати як локалізовані хвильові пакети, що створюються, а потім поширюються по квантовій мережі, зазнаючи при цьому змін за допомогою адіабатичного впливу на хвильовий пакет вздовж квантового шляху [59]. Звичайно, такий вплив має бути достатньо повільним, а інтерес до такої методології обумовлено низькою енергією збудження, яка може мінімізувати вплив навколишнього середовища [60].

В цьому розділі ми розглянемо два ключові моменти, важливі для подальшого розвитку та застосування технології поширення квантової інформації, а саме

ідентифікацію оптимального хвильового пакету, який несе один елементарний заряд, і можливість керованого (в просторі і часі) потоку інформації через квантову мережу.

3.2 Ідентифікація оптимального хвильового пакету для реалізації мобільного кубіту

Нижче ми ідентифікуємо оптимальний хвильовий пакет для передачі квантової інформації у вигляді елементарного заряду по квазіодновимірним надпровідним дротам та розглянемо два різні (енергетично допустимі) приклади. Враховуючи можливі застосування часових хвильових пакетів для проходження квантових станів в надпровідних квантових інформаційних мережах, ми обговорюємо поділ випромінюваного хвильового пакету на передані і відбиті квазіелектронні та квазідіркові потоки, а також можливість керувати ними. У цьому контексті особливо корисно вивчити прості моделі, де параметри, що характеризують хвильовий пакет, можуть бути пов'язані з тими, що регулюють величину і напрямок руху введеного в систему заряду. За допомогою двох прикладів ми проілюструємо, яким чином реалізувати інжекцію потоку хвильового пакету від електронного випромінювача до одного надпровідного дроту, а також до двох надпровідних гілок гібридного Y-подібного розгалужувача і яким чином цей процес можна контролювати.

Одновимірна хвильова функція $\Psi_0(x, t)$ в положенні x і в момент часу t , яка поступає з інжектора в нормальну N частину мережі та відповідає одному елементарному заряду, а потім переходить у надпровідну S частину, є добутком плоскої хвилі з хвильовим числом Фермі k_F та частотою ω_F і функції $\psi_0(x, t)$, яка є амплітудною модуляцією опорного сигналу. Хвильовий пакет у моделі невзаємодіючих квазічастинок може бути синтезовано стандартним засобом з нескінченного набору хвильових функцій для вільних електронів, що дозволяє їх конструктивну суперпозицію в області локалізації та деструктивну зовні [59].

Використовуючи відомі одновимірні рішення, загальний вираз, що визначає форму хвильового пакету при нульовій температурі, має наступний вигляд:

$$\psi_0(x,t) = (2\pi)^{-1/2} \int A(k) \exp(ikx - i\omega_k t) dk$$
 з k і ω_k , які вимірюються від фермієвських величин k_F і ω_F .

Зрозуміло, що ми вільні у виборі множника $A(k)$. Для його оптимального вибору ми включаємо в суперпозицію $\psi(x,t)$ електронні стани лише з частотами $\omega_k > 0$ над поверхнею Фермі (отже, з хвильовими числами $k > 0$), залишаючи таким чином заповнені електронні стани незайманими і запобігаючи появі діркових збуджень (таке збудження називають левітоном [60]). Далі для того, щоб мати можливість керувати процесом передачі квантового сигналу через надпровідну мережу, ми маємо взяти до уваги наявність додаткового енергетичного параметру - надпровідної енергетичної щільності Δ . Саме її наявність може додати нові якісні та кількісні зміни до транспорту хвильового пакета в режимі, коли така енергетична шкала стає важливою. Останнє твердження стосується інтервалу хвильового числа δk порядку $\Delta/(\hbar v_F)$. Навпаки, для $\delta k \gg \Delta/(\hbar v_F)$ не буде помітної різниці між хвильовими пакетами, сформованими в нормальних і надпровідних областях. Щоб контролювати інтервал хвильових чисел, який визначає ті хвильові функції, які вносять домінуючий внесок у хвильовий пакет $\psi_0(x,t)$, ми вводимо додатковий феноменологічний параметр – комплексний час з відмінною від нуля уявною частиною $-i\tau$, де величина $\tau > 0$. Якщо так, то ймовірність виявлення електрону з енергією $\varepsilon_k = \hbar\omega_k$ буде пропорційною $\exp(-2\omega_k\tau)\theta(\omega_k)$. Далі ми обговоримо, яким чином можна змінювати та контролювати параметр τ експериментально. Нарешті, після лінеаризації $\omega_k = \hbar(k + k_F)^2 / (2m) - \omega_F \approx v_F k$, де v_F - це швидкість Фермі, ми отримуємо наступну хвильову функцію амплітудної модуляції для сигналу, який виникає в N частині мережі з центром в точці $x = x_0$ в момент часу $t = 0$ і рухається зі швидкістю v_F :

$$\psi_0(x, t) = \sqrt{\frac{v_F \tau}{\pi}} \int_0^\infty \exp(ik(x - x_0 - v_F t + i v_F \tau)) dk. \quad (3.1)$$

Хвильова функція, потік якої нормовано на одиницю, має наступний вигляд: $\Psi_0(x, t) = (v_F)^{-1/2} \exp(ik_F x - i\omega_F t) \psi_0(x, t)$. Нижче ми припускаємо ідентичними спектри нормальних збуджень у всіх струмонесучих нанорозмірних хвилеводах. Далі на рис. 3.1 продемонстровано залежність форми хвильового пакету (3.1) від величини параметра τ .

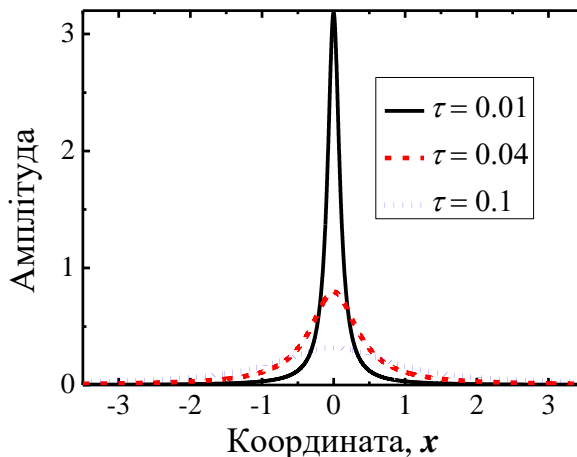


Рисунок 3.1 – Форма левітону (3.1), хвильової функції одноелектронного збудження, в залежності від величини параметру τ

Фактор $\exp(-k v_F \tau) = \exp(-\omega_k \tau)$ в співвідношенні (3.1) можна інтерпретувати як амплітуду розсіювання, яка сформована джерелом квантової інформації і яка модифікує компоненти плоскої хвилі хвильового пакету. Перетворення Фур'є показує, що амплітуда розсіювання $S(t)$ є функцією комплексного часу і має один полюс при $t = i\tau$ у верхній півплощині. Під дією цієї амплітуди електрони розсіюються в суперпозицію квантових станів з різними частотами ω , а їхні хвильові функції

набувають додатковий множник $\exp[-i\varphi(t)]$ з фазою $\varphi(t)$. Поява цієї фази в одночастинковій хвильовій функції має нетривіальний вплив на електричний струм, який в адіабатичному режимі дорівнює [61]
$$I(x,t) = \frac{-ie}{2\pi} S(t-x/v_F) \frac{\partial S^*(t-x/v_F)}{\partial t}.$$

Використовуючи вираз для $S(t)$, отримаємо, що електричний струм, генерований інформаційним джерелом, визначається квадратом функції амплітудної модуляції $I(x,t) = ev_F |\psi_0(x,t)|^2$, що відповідає стандартній формулі для квантового струму, коли просторовою зміною функції амплітудної модуляції можна знехтувати. Наглядно бачимо, що мова йде про окремий електрон із зарядом e , який рухається зі швидкістю Фермі v_F .

Основне питання в даному випадку виникає стосовно можливості експериментальної реалізації набору елементарних хвильових функцій, заданого формулою (3.1), і фізичного змісту запропонованого нами параметру τ . Є, принаймні, два різні шляхи вирішення цього питання за допомогою специфічних наноструктур. Перший пов'язано із зарядовим транспортом, в якому домінує ефект кулонівської блокади. Останній стає суттєвим тоді, коли ємнісна енергія, необхідна для додавання одного електрона до системи, перевищує відповідну теплову енергію $k_B T$, і тому електрони, які потрапили до ізольованої квантової точки, змінюють її потенціал. Оптимальні умови роботи такого пристрою вимагають, щоб енергія Фермі була розташована посередині двох дискретних рівнів. Коли один рівень піднімається над енергією Фермі внаслідок наявності електричного потенціалу, прикладеного до інжектора, з точки в хвилевод переходить електрон. У цьому випадку умова адіабатичності означає, що енергетичний рівень в квантовій точці перетинає енергію Фермі дуже повільно, і електрон з енергією, що перевищує E_F , має достатньо часу, щоб залишити квантову точку. Це в свою чергу означає, що період T вхідної електричної напруги має значно перевищувати час затримки електрона у квантовій точці. З огляду на описані вище процеси інжекції та припускаючи адіабатичний режим

для періодичного потенціалу, амплітуда розсіювання у момент, близький до початку руху сигналу при $t = 0$, може бути записана наступним чином: $S(t) = (t + i\tau) / (t - i\tau)$ [61] з параметром τ , пропорційним добутку періоду електричної напруги та імовірності переходу електрону через точковий контакт, який з'єднує квантову точку з хвилеводом.

Альтернативою запропонованому вище просторово-локалізованому однозарядовому джерелу є метод, який виглядає більш простим для експериментальної реалізації і базується на імпульсі електричної напруги, що має специфічну форму лоренціана $V(t) = \frac{\hbar}{e} \frac{2\tau}{t^2 + \tau^2}$ і застосовується до області балістичного провідника з шириною значно меншою, ніж добуток $v_F\tau$. Така електрична напруга $V(t)$ створює фазу, залежну від часу $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t eV(t')dt' / \hbar$, і таким чином ми знову приходимо до $S(t) = (t + i\tau) / (t - i\tau)$, де τ - напівширина імпульсу напруги, яка має бути коротшою за \hbar/E_F [62]. Зауважимо, що і в цьому випадку $\int_{-\infty}^{\infty} I(t)dt = e^2 \int_{-\infty}^{\infty} V(t)dt / h \equiv e$. Таким чином, у такому металевому контакті один елементарний заряд, тобто мінімальне збудження, може бути введено в N дріт, залишаючи фермієвське море електронів недоторканим.

3.3 Самокерована передача квантової інформації через гібридні гетероструктури на основі надпровідників

Розглянемо найпростіший випадок гібридної структури з надпровідником, а саме NIN'S планарну систему з двох нормальних (N і N'), ізолюючого (I) і надпровідного (S) шарів. Хвильова функція, що відповідає потоку, рівному одиниці, $\Psi_0(x, t) = (v_F)^{-1/2} \exp(ik_F x - i\omega_F t) \psi_0(x, t)$ може бути введена в S-сторону через N'S границю. Внаслідок взаємодії з I і N' прошарками виникають дві хвилі, відбиті назад

до N емітера, електронна (e) і діркова (h) з хвильовими числами $-k^{(e)}$ і $k^{(h)}$, а також дві вихідні хвилі, квазіелектронна і квазідіркова в S дроті з хвильовими числами $k^{(e)}$ і $-k^{(h)}$, відповідно. Для електронних та діркових хвиль, що розсіюються у зворотному боці, ми маємо експоненціальний чинник $\exp(-ik^{(e)}(x + x_0 + v_F t - iv_F \tau))$ або $\exp(ik^{(h)}(x + x_0 + v_F t - iv_F \tau))$, помножений на амплітуду розсіювання $R_{ee}^{(N)}(k)$ або $R_{eh}^{(N)}(k)$, відповідно (ці амплітуди було обговорено в першому розділі звіту). Відповідні хвилі, що з'явилися в надпровідній частині, включають в себе чинник $\exp(ik^{(e)}(x - x_0 - v_F t + iv_F \tau))$ та $\exp(-ik^{(h)}(x - x_0 - v_F t + iv_F \tau))$ з амплітудами $R_{ee}^{(S)}(k)$ або $R_{eh}^{(S)}(k)$. Використовуючи результати першого розділу, ми можемо розрахувати часову і просторову еволюцію хвильового пакету в двох частинах нашої системи, а саме, в N і S шарах. Нижче ми наводимо декілька конкретних прикладів, які мають продемонструвати можливість керування вихідними потоками за допомогою величини τ . Наша дуже проста система має тем не менш декілька параметрів, які можуть бути змінені керованим чином на практиці.

Як показано в першому розділі звіту, ефективність розсіювання зарядів бар'єрним I прошарком може бути охарактеризована за допомогою параметру Z . На рис. 3.2 ми демонструємо проходження хвильового пакету крізь NIN'S планарну структуру, в якій $Z \approx 0$. Ліва частина цього рисунку показує стартовий хвильовий пакет (левітон), який в початковий момент часу $t = 0$ знаходився в точці $x_0 = -5$, потім дістався до інтерфейсу в точці $x = 0$ і на момент часу $t = 2$ розділився на дві основні частини – дірку, відображену назад, і квазіелектрон, який з'явився в надпровідній плівці. Права частина рис. 3.2 демонструє ефект параметру τ на керовану зміну співвідношення між даними двома компонентами.

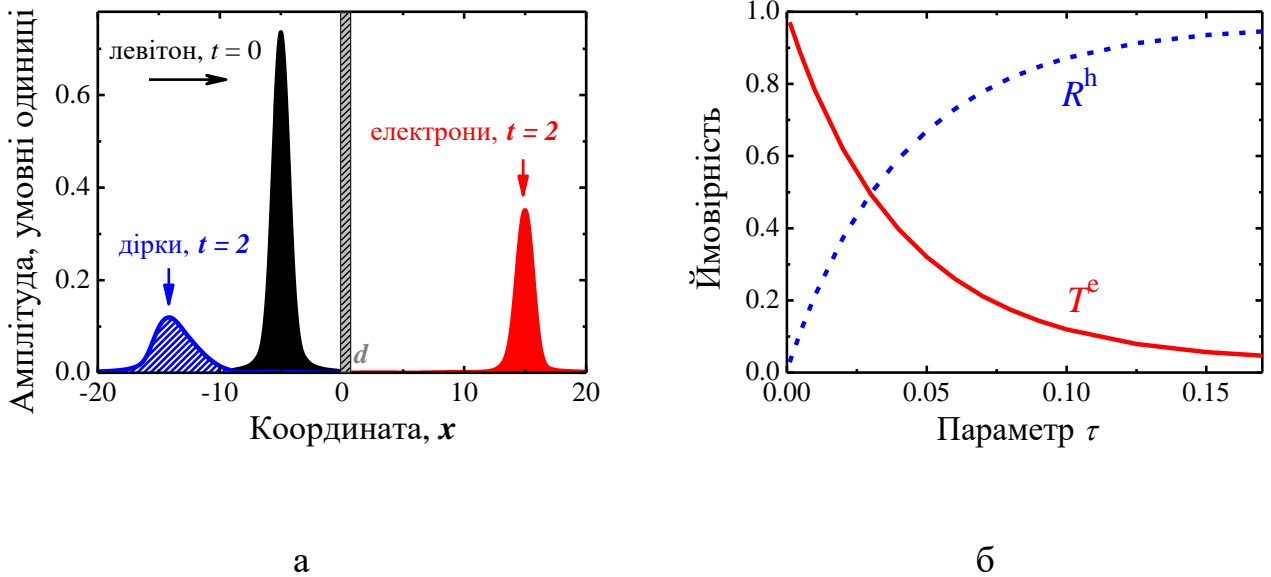


Рисунок 3.2 – Часова і просторова еволюція стартового хвильового пакету (левітон, чорний колір), який в початковий момент часу $t = 0$ знаходився в точці $x_0 = -5$ і рухався зі швидкістю $v = 10$, $\tau = 0.03$: (а) хвильові пакети для квазіелектронів в надпровіднику (червона суцільна заливка) і відбитих дірок (синя штрихова заливка); (б) вплив параметра τ на ймовірності знаходження квазіелектронів T^e (червона лінія) і дірок R^h (синя лінія) в різних частинах NIN'S структури; $Z = 0$, $\Delta = 1$, $d = 0.1$ – товщина N' нормального прошарку, всі величини в умовних одиницях

Рис. 3.3 ілюструє той факт, що ефект самокерованого транспорту обумовлений саме наявністю надпровідного шару, оскільки він суттєво залежить від величини енергетичної щілини Δ і зникає при $\Delta \rightarrow 0$.

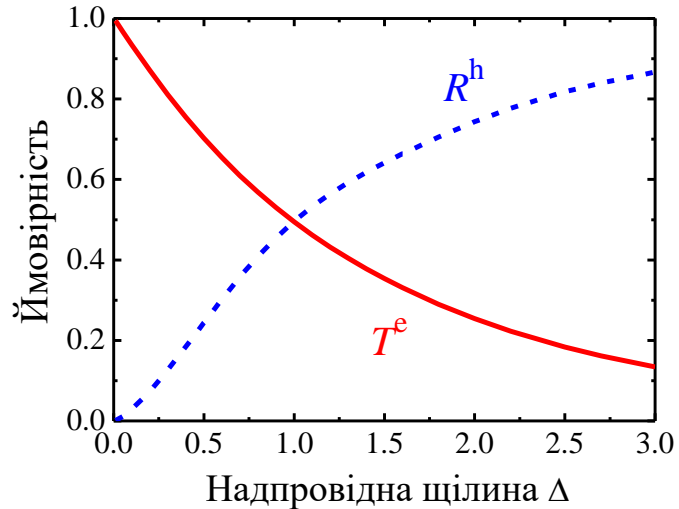
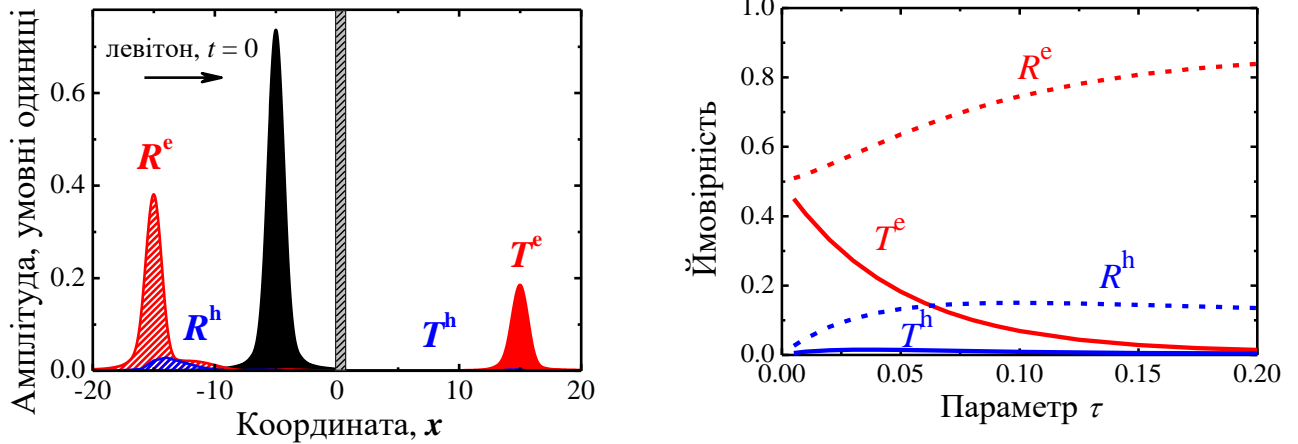


Рисунок 3.3 – Вплив надпровідної щілини Δ на ймовірності знаходження електронів T^e (червона лінія) і дірок R^h (синя лінія) в різних частинах NIN'S структури; $Z = 0$, $\tau = 0.03$, $d = 0.1$ – товщина N' нормального прошарку, всі величини в умовних одиницях

На рис. 3.4 ми порівнюємо результати розрахунків для $Z \approx 0$ з даними для $Z = 1$, тобто випадком, коли ймовірності відбиття і проходження частинки співпадають і становлять 0.5. Тепер поряд з відбитими дірками, внесок яких істотно зменшується, виникають ще й відбиті електрони (червона штрихова заливка). При цьому співвідношення між квазіелектронами, які з'явилися в надпровіднику, і електронами, що повернулися до N шару, суттєво залежить від величини τ , подібно тому, як це було з квазіелектронами і дірками на рис. 3.2. Таким чином, поява невеликого потенціального бар'єру дозволить збільшити число вихідних струмів до трьох, додавши до відбитих дірок і квазіелектронів в надпровідному шарі ще й відбиті електрони з імовірністю R^e .



а

б

Рисунок 3.4 – Часова і просторова еволюція стартового хвильового пакету (левітон, чорний колір), який в початковий момент часу $t = 0$ знаходився в точці $x_0 = -5$ і рухався зі швидкістю $v = 10$, $\tau = 0.03$: (а) хвильові пакети для квазіелектронів в надпровіднику (червона суцільна заливка), відбитих електронів (червона штрихова заливка), відбитих дірок (синя штрихова заливка) і квазідірок в надпровіднику (синя суцільна заливка), амплітуда останніх дуже мала і тому непомітна на рисунку; (б) вплив параметра τ на ймовірності знаходження квазіелектронів T^e (червона суцільна лінія), квазідірок T^h (синя суцільна лінія), відбитих електронів R^e (червона штрихова лінія) і дірок R^h (синя лінія); $Z = 1$, $\Delta = 1$, $d = 0.1$ – товщина N' нормального прошарку, всі величини в умовних одиницях

Сформований левітон (3.1) можна одночасно направити в два надпровідні дроти Y-подібного розгалужувача, розглянутого в першому розділі звіту. Таким чином відкривається можливість реалізації двох «заплутаних» квазічастинок, які розповсюджуються в надпровідниках.

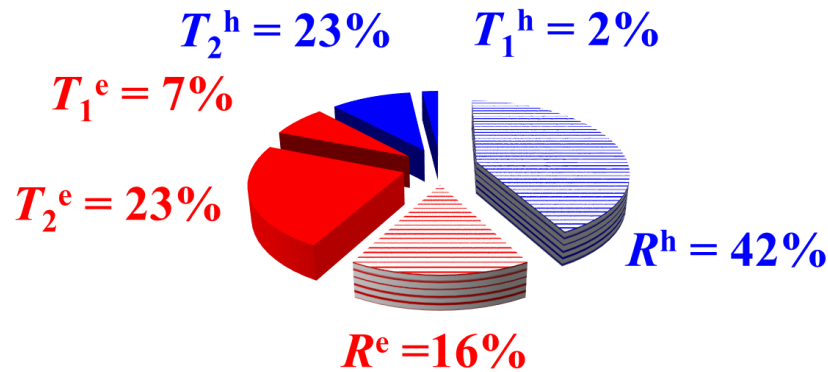
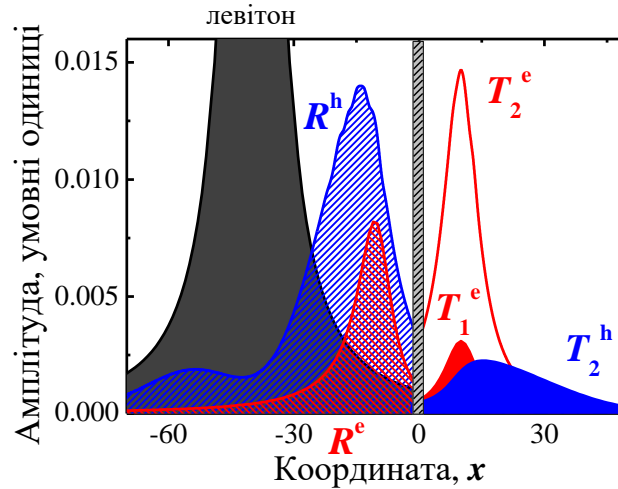


Рисунок 3.5 – Динаміка хвильових пакетів в Y-образній вилиці, утвореній інжектором N і двома надпровідними гілками S_2 і S_3 з енергетичними щілинами $\Delta_2 = \Delta$ і $\Delta_3 = 0.3\Delta$ та ідентичними характеристиками нормального стану, ефективного розсіювання на вузлі вважаємо відсутнім: Часова трансформація вхідного з сторони N хвильового пакета (3.1) розпочинається в точці $x_0 = -40v_F\tau$ та в момент часу $t = 0$ (суцільна лінія), розподіл хвильових функцій показано в момент часу $t = 5\xi_0 / v_F$ та для $v_F\tau / \xi_0 = 10$.

Решта вхідного хвильового пакету з лівого боку інтерфейсу NS (e_{in}), зворотне розсіювання дірки (h_r) та електронних збуджень (e_r) показані пунктирною, точковою, пунктирно-точковою лініями. Передані у S_3 квазіелектронні (e_{tr3}) і квазідіркові (h_{tr3}) хвилі зображено пунктирно-точковою та пунктирною лініями, передані в S_2 електрони (e_{tr2}) - точковою лінією

Використовуючи відповідні результати, наведені в попередніх двох розділах звіту, ми розраховуємо розсіювання електрон-в-електрон $R_{ee}^{(N,S)}(k)$ та електрон-в-дірку $R_{eh}^{(N,S)}(k)$ для нормальних і надпровідних сторін Y-подібного пристрою. На рис. 3.5 показано розповсюдження заряду у двох надпровідних гілках з однаковими хвильовими числами Фермі, але різними енергетичними щілинами.

На закінчення цього розділу зазначимо, що навіть у рамках простої одновимірної моделі можна виявити основні особливості розповсюдження хвилеподібних пакетів через гібридні мережі. Важливо підкреслити необхідність квантових кореляцій під час їхнього транспорту через квантовий розгалужувач. Це означає, що відстань між двома дротами має бути меншою, ніж довжина когерентності електронів. Для типових значень швидкості Фермі v_F порядку 10^6 м/с та довжини надпровідної когерентності ξ_0 порядку 10^{-7} м ми отримуємо характерні моменти часу τ від 10^{-13} с до 10^{-12} с, які належать до терагерцового частотного діапазону. Дуже важливі ефекти декогеренції при розповсюдженні хвильових пакетів крізь гетероструктури з надпровідним шаром буде розглянуто в наступному розділі.

4. МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА НА ЗАРЯДОВИЙ ТРАНСПОРТ В НАДПРОВІДНИХ МЕРЕЖАХ

4.1 Стан проблеми

Взаємодія квантової системи з навколишнім середовищем веде до втрати квантової когерентності, тобто певної фазової залежності між різними станами даного об'єкту. Така фазова залежність необхідна для виконання квантових обчислень та для розповсюдження квантової інформації, кодованої у квантових станах. Якби квантова система була ідеально ізольованою, вона підтримувала би когерентність нескінченно довго, але маніпулювати нею чи досліджувати її було би неможливо. У разі, коли вона не є ізольованою від зовнішніх факторів, наприклад, під час вимірювання, система стає взаємопов'язаною з навколишнім середовищем і з часом втрачає свою квантову пам'ять (цей процес називають квантовою *декогеренцією*). В результаті цього процесу квантова поведінка, очевидно, зникає подібним чином до того, як втрачається енергія внаслідок тертя в класичній фізиці.

Явище декогеренції стало предметом активних досліджень з 80 -х років минулого століття, проте ще й досі залишається невирішеним питання щодо того, чи це явище повністю вирішує проблему квантових вимірів. Хоча квантова система разом із середовищем відповідає вимогам унітарності, динаміка системи, якщо розглядати її окремо не є унітарною. Саме тому зміни стану системи є незворотними. Переплутування між системою та середовищем має своїм наслідком обмін квантовою інформацією і в результаті її часткову втрату. Тобто декогеренція сама по собі не породжує колапсу хвильової функції, а лише забезпечує основу цього процесу, який полягає у відокремленні компонентів хвильової функції від когерентної системи і отриманні нових фаз із їхнього найближчого оточення. Щодо проблеми квантових вимірів, то декогеренція пояснює перехід системи до суміші станів, що відповідають

тим станам, які сприймають спостерігачі. Більше того, наші спостереження підказують, що ця суміш виглядає як відповідний квантовий ансамбль, оскільки ми спостерігаємо реалізацію саме одного стану з цього ансамблю в результаті процесу вимірювань.

В цьому розділі нас буде цікавити питання про руйнування суперпозиції квантових станів в стохастичних мезоскопічних гетероструктурах, оскільки саме цей процес є викликом для практичної реалізації квантових комп'ютерів, оскільки очікується, що такі пристрої будуть в значній мірі залежати від безперервної еволюції квантово-когерентних станів. Як було зазначено в першому розділі, в таких системах найбільш наочною стає фейнманівська інтерпретація квантової механіки, в якій класичне наближення для ізольованої частинки відповідає тому випадку, коли розміри, маса, інтервали часу і інші параметри системи стають настільки великими, що дія, яка визначається траєкторією частинки, у багато разів перевершує постійну Планка. Тоді виділеної виявляється та з них, що відповідає екстремальній дії $S[x(t)]$, а вклади від сусідніх траєкторій в повну амплітуду ймовірності переходу частинки з однієї точки простору в іншу взаємно знищують один одного. Звернемо увагу на те, що при цьому фазова когерентність зберігається при русі частинки уздовж кожної траєкторії $x(t)$, тому відповідна амплітуда ймовірності пропорційна $\exp(iS[x(t)]/\hbar)$. В такому випадку втрата інформації, що міститься в квантово-механічній фазі електрону, відбувається в результаті усереднення квантових фаз від безлічі сусідніх траєкторій.

Декогеренція являє собою надзвичайно швидкий процес для макроскопічних об'єктів, оскільки вони взаємодіють з багатьма мікроскопічними об'єктами з величезною кількістю ступенів свободи. Час, необхідний для ефективного зникнення недіагональних компонентів матриці щільності, називають часом декогеренції. Зазвичай він дуже короткий для повсякденних макромасштабних процесів. Сучасне (незалежне від інтерпретації) визначення часу декогеренції спирається на

короткочасну поведінку залежного від часу стану квантового об'єкту або, що еквівалентно, на затухання початкової квантово-механічної суперпозиції.

4.2 Ефекти декогеренції в хвильових пакетах: напівкласичне наближення

Розглянемо докладніше електронну дифузію в металевому провіднику з великим числом дефектів, які розсіюють його пружним чином, зберігаючи когерентний характер зарядового транспорту. Введемо середню довжину вільного пробігу заряду l_e , яка за визначенням є середньою відстанню між двома послідовними зіткненнями. Вважаємо, що амплітуда ймовірності того, що електрон не зіткнеться з дефектом, залежить від пройденого ним шляху експоненціальним чином $f(\Delta x) = \exp(-\Delta x/l_e)$ (при цьому визначальним, як і вище, залишається рух уздовж осі x , перпендикулярної поверхні плівки). Будемо вважати, що маємо справу з повним хаосом фази, розглянутої в попередньому розділі, і застосуємо підхід, описаний в першому розділі, до відповідних ймовірностей. Очевидно, що для заряду ймовірність пройти шлях від x до $x+\Delta x$ без зіткнень дорівнює $f^2(\Delta x)$. Якщо електрон зіштовхнеться з дефектом, то він може або розсіятися вперед з ймовірністю $T(1-f^2(\Delta x))$, або назад – з ймовірністю $R(1-f^2(\Delta x))$. Визначимо повну ймовірність того, що електрон виявиться в точці з координатою $x+\Delta x$, за умови, що відповідна ймовірність опинитися в точці x дорівнює $D(x)$. Для цього скористаємося двобар'єрною формулою з першого розділу у вигляді

$$D(x + \Delta x) = \frac{D(x) [f^2(\Delta x) + T(1 - f^2(\Delta x))]}{1 - (1 - D(x))R(1 - f^2(\Delta x))}. \quad (4.1)$$

Спрямовуючи Δx до нуля, отримаємо наступне диференціальне рівняння для величини $D(x)$

$$dD(x) = -2Rl_e^{-1}D^2(x)dx, \quad (4.2)$$

рішенням якого є функція

$$D(x) = \frac{1}{1 + 2Rx/l_e}. \quad (4.3)$$

Оцінимо характерну величину ймовірності проходження електрона крізь брудну металеву плівку завтовшки d . Як приклад, розглянемо нанорозмірний шар алюмінію товщиною d_{Al} , довжина вільного пробігу в якому була досліджена, зокрема, в роботах [63,64]. У полікристалічних плівках Al величина l_e була обмежена розмірами гранул і становила, наприклад, в роботі [64] приблизно 40 нм. У публікації [63] наведено феноменологічне співвідношення, що зв'язує l_e з d_{Al} $l_{Al} = 0.84d_{Al} - 0.00276d_{Al}^2$, яке для товщин d_{Al} аж до 120 нм добре описує експериментально певні значення l_e . У епітаксціальних алюмінієвих шарах довжина вільного пробігу обмежена, в основному, розсіюванням на поверхнях, і для плівок товщиною порядку 200 нм оцінки l_e , виходячи із значення залишкового опору, дають $l_e \sim 150$ нм. Тому для досить брудних плівок Al товщиною близько 100 нм ми можемо оцінити відношення $d_{Al}/l_{Al} \approx 1.5 - 2.5$ і, відповідно, для $T \approx R$ маємо $D(d_{Al}) \approx 0.3$.

Поява додаткового металевого (M) шару кінцевої прозорості $D(d_M)$ в NMIN переході змінює розподіл прозоростей перехідного прошарку (в даному випадку, подвійного MІ шару), крізь яку тунелюють електрони. Якщо товщина такого шару

дуже мала і розподіл його прозоростей $\rho(D_1)$ описується формулою

$$\rho(D) = \frac{\hbar \bar{G}}{e^2} \frac{1}{D^{3/2}(1-D)^{1/2}} \quad [15],$$

тоді розподіл прозоростей подвійного МІ шару, який можна обчислити за формулою $\rho(D_{\text{МІ}}) = \rho(D_1) \cdot (dD_1/dD_{\text{МІ}})$, буде мати вигляд

$$\rho(D_{\text{МІ}}) = \frac{\hbar \bar{G} D(d_{\text{М}})}{e^2} \frac{1}{D_{\text{МІ}}^{3/2} (D(d_{\text{М}}) - D_{\text{МІ}})^{1/2}}, \quad (4.4)$$

причому $0 < D_{\text{МІ}} \leq D(d_{\text{М}})$, \bar{G} - усереднена провідність подвійного МІ шару. Легко бачити, що в даному випадку домінуючим буде внесок $D_{\text{МІ}} = D(d_{\text{М}})$, і вимірювання усередненої вольт-амперної характеристики SMIN або SMIS структури можуть бути джерелом інформації про наявність М шару в контакт, що досліджується.

4.3 Вплив ефекту декогеренції на квантовий транспорт хвильових пакетів

Для врахування ненульової довжини вільного пробігу l_n квазічастинки у п-прошарку в NInS гетероструктурі з товщиною п-прошарку d_n ми вводимо додатковий уявний член $\pm i/(2l_n)$ у хвильовий вектор електрона (дірки) $k_x^{(n)}$, див. також публікацію [65]. В такому разі комплексний фазовий зсув, отриманий квазічастинкою під час шляху електрона (дірки) від одного краю п-прошарку до іншого, має вигляд $\varphi^{e(h)} = \pm k_x^{e(h)} d_n + i d_n / (2l_n)$. Зауважимо, що формально така заміна зводиться до множення відповідного внеску в формули (1.39) і (1.40) для амплітуди андреєвського розсіювання на один і той же коефіцієнт. Тому ця процедура дозволяє використовувати всі раніше отримані вирази для когерентного транспорту в NIS і NInS гетероструктурах, шляхом зміни відповідних коефіцієнтів андреєвського розсіювання.

Вплив товщини n -шару d_n та довжини середнього вільного пробігу l_n контролюються параметрами $\alpha = 2d_n\Delta_s/(\hbar v_F)$ і $\beta = d_n/l_n$, Основна частина рис. 4.1 демонструє спектр диференціальної провідності NInS гетероструктури для n -прошарку з $\alpha = 2$ і $\beta = 0.1$, а вставка ілюструє вплив ефектів декогеренції, тобто параметру β на відповідну транспортну характеристику.

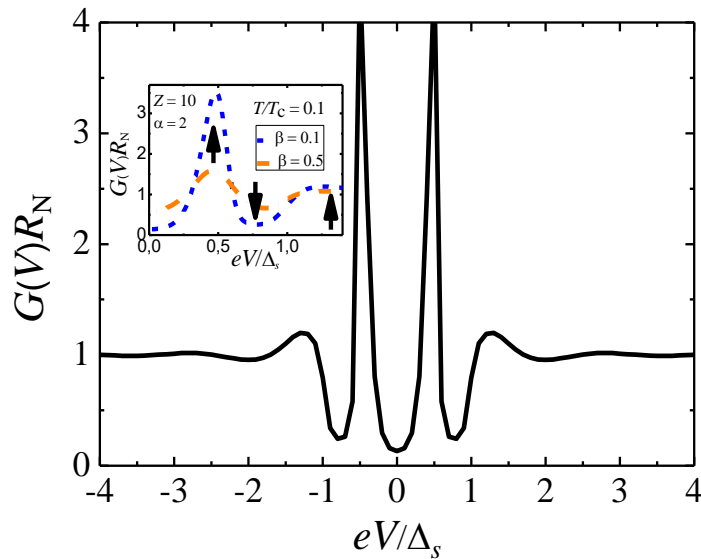


Рисунок 4.1 – Основна частина рисунку: Диференціальна провідність тунельної NInS гетероструктури ($D_I \ll 1$) з s -хвильовим надпровідником; $\alpha = 2d_n\Delta_s/(\hbar v_F) = 2$, $\beta = d_n/l_n = 0.1$, інтенсивність бар'єрного розсіювання $Z = 10$, температура навколишнього середовища $T = 0.1T_c$. Вставка: вплив довжини вільного пробігу електрону на спектр провідності даного переходу. Три стрілки на вставці демонструють положення трьох елементів, обумовлених наявністю n прошарку – піку, провалу і порівняно невеликого максимуму, див. текст

Слід зазначити, що результати розрахунків, показані на рис. 4.1, стосуються звичайного s -хвильового надпровідника, тоді як більш цікаво подивитися на роль

параметру β у формуванні спектрів провідності для високотемпературних купратів з d -хвильовим параметром порядку, який є функцією кута $\Delta(\theta) = \Delta_d \cos[2(\theta - \gamma)]$. Якщо кут розорієнтації $\gamma = 0$, ми маємо такий же фазовий зсув, що й у звичайному s -хвильовому надпровіднику. Розрахований спектр диференціальної провідності для такої орієнтації тунельного переходу з d -хвильовим надпровідником показано на рис. 4.2.

Якщо $\gamma = \pi/4$, тоді ми отримаємо

$$\Delta\varphi_d = \frac{4\varepsilon}{\hbar v_F} \frac{d_n}{\cos\theta} - 2\arccos\left(\frac{\varepsilon}{\Delta_d |\sin(2\theta)|}\right) - \pi + 2\pi, \quad (4.5)$$

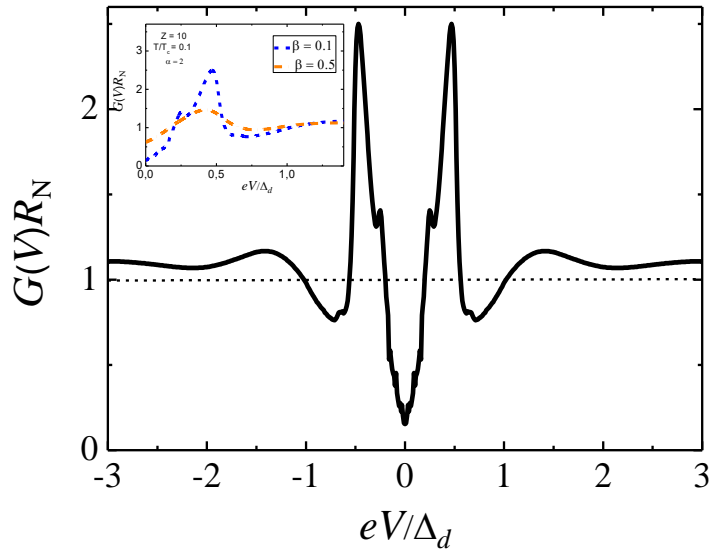


Рисунок 4.2 – Основна частина рисунку: Диференціальна провідність тунельної NInS гетероструктури ($D_1 \ll 1$) з d -хвильовим надпровідником; кут розорієнтації $\gamma = 0$, $\alpha = 2d_n\Delta_s / (\hbar v_F) = 2$, $\beta = d_n / l_n = 0.1$, інтенсивність бар'єрного розсіювання $Z = 10$, температура навколишнього середовища $T = 0.1T_c$. Вставка: вплив довжини вільного пробігу електрону на спектр провідності даного переходу

Для порівняно товстих нормальних прошарків окрім аномалії нульового зміщення ми реєструємо спочатку невеликий пік при електричній напрузі, яка відповідає значенню енергетичної цілини V_Δ , а з подальшим збільшенням товщини нормального прошарку d_n - появу складної структури, яка складається з піку, провалу і порівняно невисокого максимуму і є аналогом подібної структури для відповідних тунельних переходів з традиційними s -хвильовими надпровідниками. рис. 4.3.

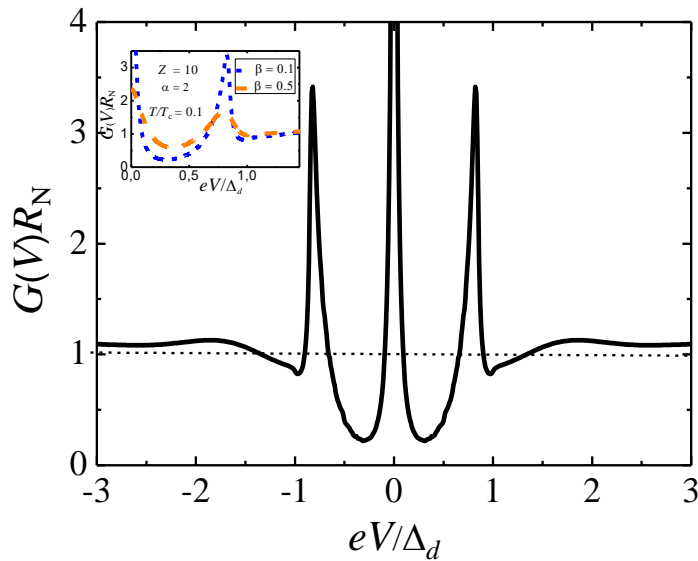


Рисунок 4.3 – Основна частина рисунку: Диференціальна провідність тунельної NInS гетероструктури ($D_1 \ll 1$) з d -хвильовим надпровідником; кут розорієнтації $\gamma = \pi/4$, $\alpha = 2d_n\Delta_s / (\hbar v_F) = 2$, $\beta = d_n / l_n = 0.1$, інтенсивність бар'єрного розсіювання $Z = 10$, температура навколишнього середовища $T = 0.1T_c$. Вставка: вплив довжини вільного пробігу електрону на спектр провідності даного переходу, див. рис. 4.2 і рис. 4.3

Оскільки зразки високотемпературних надпровідних сполук часто являють собою композити з випадково орієнтованими надпровідними зернами, то за наявності додаткового n проміжного шару їхні спектри диференціальної провідності мають демонструвати обидві особливості разом, тобто і яскраво виражену структуру пік-провал-максимум, яка присутня в усіх орієнтаціях, і нульову аномалію (див. рис. 4.2),

специфічну для певного напрямку електронного тунелювання в досліджуваний d -хвильовий надпровідник.

Використовуючи запропоновану в даному підрозділі методику розрахунків ефекту навколишнього середовища на провідні властивості складних систем, проаналізуємо його вплив на транспорт квантової інформації в зразках, які було розглянуто в попередньому підрозділі звіту.

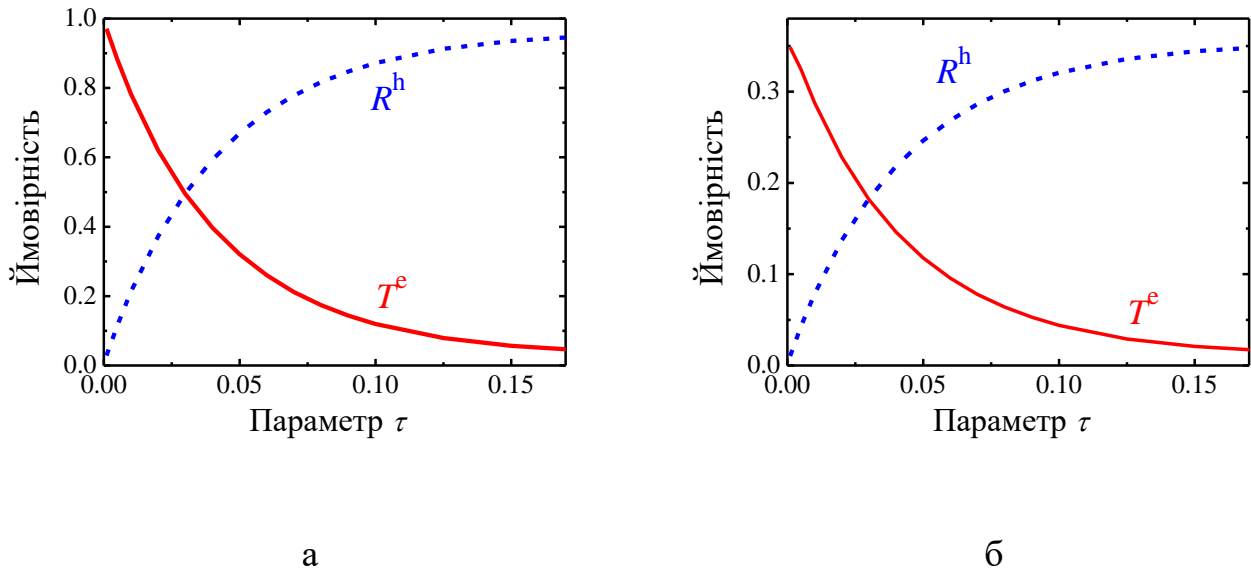


Рисунок 4.4 – Вплив параметра τ на ймовірності знаходження квазіелектронів T^e (червона лінія) і дірок R^h (синя лінія) в різних частинах NIN'S структури; $Z = 0$, $\Delta = 1$, $d = 0.1$ – товщина N' нормального прошарку, всі величини в умовних одиницях.

На рисунках (а) $\beta = 0$, (б) $\beta = 5$

На рис. 4.4 продемонстровано вплив зовнішнього середовища на NN'S гетероструктуру з безпосереднім контактом між нормальним N електродом і нанорозмірним N' прошарком в нормальному стані. Ліва частина рисунку відповідає балістичному транспорту крізь N' плівку, в той час як права частина показує результат наявності ефектів непружного розсіювання в цьому прошарку. Рис. 4.5 порівнює результати керування процесами розповсюдження інформаційного сигналу в NIN'S

чотирьох-шаровій тунельній структурі, в якій імовірності проходження крізь ізолюючий бар'єр і розсіювання від нього співпадають. В цьому випадку виникає додатковий ефект зворотного розсіювання від бар'єру електронних квазічастинок і проходження крізь нього дірок. Під впливом зовнішнього середовища останні зникають, а ймовірності проходження або зворотного розсіювання інших квазічастинок суттєво зменшуються.

Отримані результати наочно демонструють необхідність зменшення впливу процесів декогеренції на транспорт квантової інформації в надпровідних мережах, які реалізуються експериментально.

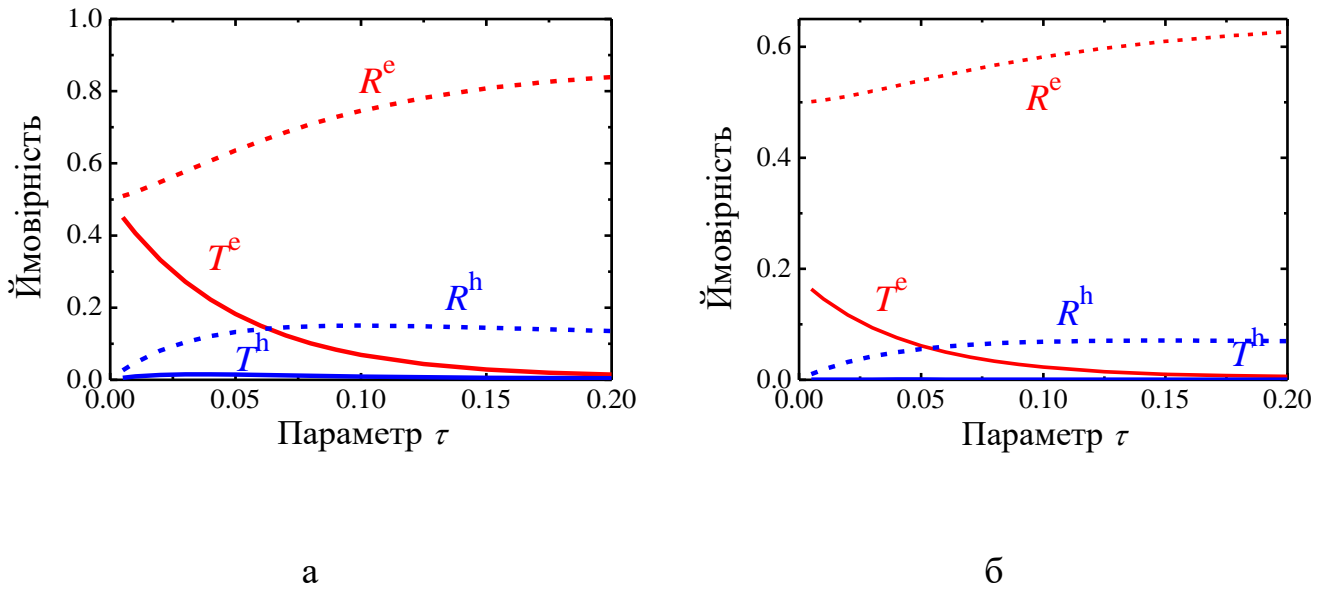


Рисунок 4.5 – Вплив параметра τ на ймовірності знаходження квазіелектронних збуджень T^e (червона суцільна лінія), квазідірок T^h (синя суцільна лінія), відбитих електронів R^e (червона штрихова лінія) і дірок R^h (синя лінія); $Z = 1$, $\Delta = 1$, $d = 0.1$ – товщина нормального N' прошарку, всі величини в умовних одиницях. На рисунках (а) $\beta = 0$, (б) $\beta = 5$

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано інтуїтивно зрозумілу та достатньо просту методику розрахунку транспортних характеристик багатoshарових гібридних структур на основі надпровідників з нормальними та ізолюючими нанорозмірними прошарками. Результати, отримані раніше в рамках підходу Ландауера до двотермінальної схеми вимірювань, узагальнено на випадок багатотермінальних мезоскопічних провідників. Основні формули, отримані нами, мають достатньо простий вигляд, придатний для безпосереднього порівняння з експериментом, з мінімальним числом підгінних параметрів.

2. Запропоновано новий спосіб визначення топологічно захищених крайових струмів у квантових матеріалах, який дозволяє просторово розділити провідні канали в кільці з даного матеріалу на об'ємні і крайові і порівняти виміряні спектри диференціальної провідності з теоретично очікуваними. Метод базується на новій модифікації скануючого зондового мікроскопу з двома вістрями, один із котрих знаходиться в надпровідному стані, завдяки чому суттєво підвищується чутливість даного пристрою до квантових кореляцій, що формують специфіку квантово-когерентного транспорту в досліджуваних матеріалах. Реалізація запропонованих експериментів буде здійснюватися німецькими колегами в Університеті імені Фрідріха Шиллера, м. Єна, Німеччина.

3. Узагальнено формалізм зарядового розсіювання в надпровідних гетероструктурах на випадок темпоральних процесів і проаналізовано залежний від часу транспорт хвильових пакетів крізь елементи надпровідної мережі. Беручи до уваги важливість масштабування елементів електронних схем і необхідність впровадження квантових технологій на твердотільній платформі, досліджено можливість передачі квантових даних, кодованих в квазічастинкових зарядах, через нанорозмірний розгалужувач квантових потоків, що складається з трьох надпровідних дротів, з'єднаних у вузлі, розмір котрого має не перевищувати довжину надпровідної

когерентності. Для передачі квантової інформації в один із проводів пристрою вводиться хвильовий пакет, створений відповідним набором квазічастинкових станів. Теоретично показано, що відповідний вибір вхідного хвильового пакету дозволяє контролювати співвідношення вихідних зарядів, а саме, варіація феноменологічного параметру τ , який встановлює новий енергетичний масштаб у хвильовому пакеті, синтезованому із вільних електронних хвильових функцій з різними хвильовими числами, може бути потужним інструментом для контролю струму носіїв заряду у напрямку розповсюдження сигналу, а також його інтенсивності.

4. З'ясовано теоретично вплив непружної взаємодії квазічастинкових збуджень із зовнішніми ступенями свободи (декогеренції) на транспортні характеристики гібридних систем. Показано, що аналіз ймовірності проходження та/або зворотного розсіювання квазічастинок в квантових мережах на основі надпровідників дозволяє отримати детальну інформацію щодо ступеня декогеренції квазічастинкових станів в нормальному міжбар'єрному прошарку та фізичної природи цього явища.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Holevo A.S. Quantum channels and their entropic characteristics / A.S. Holevo, V. Giovannetti // *Rep. Prog. Phys.* – 2012. – Vol. 75. – P. 046001.
2. Training Schrödinger's cat: quantum optimal control / S.J. Glaser, U. Boscain, T. Calarco [et al.] // *Eur. Phys. J. D.* – 2015. Vol. 69. – P. 1-24.
3. Ландау Л.Д. Квантова механіка. Нерелятивістська теорія / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // Изд. третє. М.: Наука. Головна редакція фізико-математичної літератури, 1974. – 752 с.
4. Moskalets M.V. Scattering matrix approach to non-stationary quantum transport / M.V. Moskalets // Singapore, London: World Scientific, 2011. – 280 p.
5. Beenakker C.W.J. Random-matrix theory of quantum transport / C.W.J. Beenakker // *Rev. Mod. Phys.* –1997. – Vol. 69. – P. 731-808.
6. Blanter Ya.M. Shot noise in mesoscopic conductors / Ya.M. Blanter, M. Buttiker // *Phys. Rep.* –2000. – Vol. 336. – P. 1-166.
7. Glazman L.I. Resource letter: MesP-1: Mesoscopic physics / L.I. Glazman // *Am. J. Phys.* – 2002. –Vol. 70. – P. 376-383.
8. Averin D. Josephson effect in a single quantum channel / D. Averin, A. Bardas // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – Vol. 75. – P. 1831-1834.
9. Bardas A. Electron transport in mesoscopic disordered superconductor - normal-metal – superconductor junctions / A. Bardas, V. Averin // *Phys. Rev. B.* – 1997. – Vol. 56. – P. R8518-R8521.
10. Фейнман Р. Квантова механіка й інтеграл по траєкторіях / Р. Фейнман, А. Хібс // М.: Мир, 1968. – 384 с.
11. Смолянов О.Г. Континуальні інтегралы / О.Г. Смолянов, Е.Т. Шавгулідзе // М.: МГУ, 1990. – 150 с.
12. Landauer R. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattice / R. Landauer // *Philos. Mag.* – 1970. – Vol. 21. – P. 853-867.

13. Generalized many-channel conductance formula with application to small rings / M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas // *Phys. Rev. B.* – 1985. – Vol. 31. – P. 6207-6215.
14. Blonder G.E. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion / G.E. Blonder, M. Tinkham, T.M. Klapwijk // *Phys. Rev. B.* – 1982. – Vol. 25. – P. 4515-4532.
15. Schep K.M. Transport through dirty interfaces / K.M. Schep, G.E.W. Bauer // *Phys. Rev. B.* – 1997. – Vol. 56. – P. 15860-15872.
16. Ландау Л.Д. Теорія поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // Изд. шосте. М.: Наука. Головна редакція фізико-математичної літератури, 1973. – 504 с.
17. Харрисон У. Теорія твердого тіла / У. Харрисон // М.: Мир, 1972. – 616 с.
18. McMillan W.L. Theory of superconductor-normal-metal interfaces / W.L. McMillan // *Phys. Rev.* 1968. – Vol. 175. – P. 559-568.
19. Kirtley J.R. Tunneling measurements of the energy gap in high-T_c superconductors / J.R. Kirtley // *Int. J. Mod. Phys. B.* – 1990. – Vol. 4. – P. 201-237.
20. Subgap structure in the conductance of a three-terminal Josephson junction / A.H. Pfeffer, J.E. Duvauchelle, H. Courtois [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2014. – Vol. 90. – P. 075401.
21. Nonlocal supercurrent of quartets in a three-terminal Josephson junction / Y. Cohen, Y. Ronen, J.H. Kang [et al.] // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* – 2018. – Vol. 115. – P. 6991-6994.
22. Magnetotransport signatures of three-dimensional topological insulator nanostructures / K. Moors, P. Schüffelgen, D. Rosenbach [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2018. – Vol. 97. – P. 245429.
23. Büttiker M. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides / M. Büttiker // *Phys. Rev. B.* – 1992. – Vol. 46. – P. 12485-12507.

24. Büttiker M. Quantum oscillations in one-dimensional normal-metal rings / M. Büttiker, Y. Imry, M.Ya. Azbel // *Phys. Rev. A.* – 1984. – Vol. 30. – P. 1982-1989.
25. Itoh T. Scattering matrix of a three-terminal junction in one dimension / T. Itoh // *Phys. Rev. B.* – 1995. – Vol. – 52. – P. 1508-1511.
26. Pethick C.J. Charge imbalance in non-equilibrium superconductors / C.J. Pethick, H. Smith // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2000. – Vol. 13. – P. 6313-6347.
27. Spin polarized carrier injection from full Heusler alloy Co_2MnSi into superconducting NbN / D. Kumar, P.C. Joshi, Z. Hossain, R.C. Budhani // *Appl. Phys. Lett.* – 2013. – Vol. 102. – P. 112409.
28. Phase-slip events in a wide superconducting film induced by proximity to a half-metallic strip / E. Rudenko, D. Solomakha, I. Korotash [et al.] // *IEEE Trans. Applied Supercond.* – 2017. – Vol. 27. – P. 1800105.
29. Moodera J.S. The phenomena of spin-filter tunneling / J.S. Moodera, T.S. Santos, T. Nagahama // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2000. – Vol. 19. – P. 165202.
30. Senapati K. Spin-filter Josephson junctions / K. Senapati, M.G. Blamire, Z.H. Barber // *Nat. Mater.* – 2011. – Vol. 10. – P. 849-852.
31. Moore J.E. The birth of topological insulators / J.E. Moore // *Nature.* – 2010. – Vol. 464. – P. 194-198.
32. Qi X.-L. Topological insulators and superconductors / X.-L. Qi, S.-C.Zhang // *Rev. Mod. Phys.* – 2011. – Vol. 83. – P. 1057-1110.
33. Ando Y. Topological insulator materials / Y. Ando // *J. Phys. Soc. Jpn.* – 2013. – Vol. 82. – P. 102001.
34. A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase / D. Hsieh, D. Qian, L. Wray [et al.] // *Nature.* – 2008. – Vol. 452. – P. 970-974.
35. Topological insulators in Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 and Sb_2Te_3 with a single Dirac cone on the surface / H. Zhang, C.X. Liu, X.L. Qi [et al.] // *Nat. Phys.* – 2009. – Vol. 5. – P. 438-442.

36. Transport in two-dimensional topological materials: recent developments in experiment and theory / D. Culcer, A.C. Keser, Y. Li, G. Tkachov // *2D Mater.* – 2020. – Vol. 7. – P. 022007.
37. h/e superconducting quantum interference through trivial edge states in InAs / F.K. de Vries, T. Timmerman, V.P. Ostroukh [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2018. – Vol. 120. – P. 047702.
38. Shalom Edge currents shunt the insulating bulk in gapped graphene / M.J. Zhu, A.V. Kretinin, M.D. Thompson [et al.] // *Nat. Commun.* – 2018. – Vol. 8. – P. 14552.
39. Long-range nontopological edge currents in charge-neutral graphene / A. Aharon-Steinberg, A. Marguerite, D.J. Perello [et al.] // *Nature.* – 2021. – Vol. 593. – P. 528-534.
40. Belogolovskii M., Zhitlukhina E. Junction spectroscopy of superconductors. In: *A Comprehensive Guide to Superconductivity*. Ed. by R. Morrow. Hauppauge, Nova Science, 2021. ISBN 978-153-618-901-8
41. Jayannavar M. Persistent currents in the presence of a transport current / M. Jayannavar, P.S. Deo // *Phys. Rev. B.* – 1995. – Vol. 51. – P. 10175.
42. Above-gap differential conductance dips in superconducting point contacts / S. Volkov, M. Gregor, T. Plecenik [et al.] // *Appl. Nanosci.* – 2021. <https://doi.org/10.1007/s13204-021-01734-6>
43. Quantized conductance with nonzero shot noise as a signature of Andreev edge state / M.R. Sahu, A.K. Paul, J. Sutradhar [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2021. – Vol. 104. – P. L081404.
44. Direct observation of a fractional charge / R. de Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum [et al.] // *Nature.* – 1997. – Vol. 389. – P. 162-164.
45. Shot noise and magnetism of Pt atomic chains: Accumulation of points at the boundary / M. Kumar, O. Tal, R.H.M. Smit [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2013. – Vol. 88. – P. 245431.

46. Shot noise as a probe of spin-polarized transport through single atoms / A. Burtzlaf, A. Weismann, M. Brandbyge, R. Berndt // *Phys. Rev. Lett.* – 2015. – Vol. 114. – P. 016602.
47. Vardimon R. Indication of complete spin filtering in atomic-scale nickel oxide / R. Vardimon, M. Klionsky, O. Tal // *Nano Lett.* – 2015. – Vol. 15. – P. 3894-3898.
48. Nonmagnetic single-molecule spin-filter based on quantum interference / A.N. Pal, D. Li, S. Sarkar [et al.] // *Nat. Commun.* – 2019. – Vol. 10. – P. 5565.
49. Two-electron bunching in transport through a quantum dot induced by Kondo correlations / O. Zarchin, M. Zaffalon, M. Heiblum [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2008. – Vol. 77. – P. 241303.
50. Detection of vibration-mode scattering in electronic shot noise / M. Kumar, R. Avriller, A.L. Yeyati, J.M. van Ruitenbeek // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – Vol. 108. – P. 146602.
51. R Electron–vibration interaction in multichannel single-molecule junctions / . Ben-Zvi, R. Vardimon, T. Yelin, O. Tal // *ACS Nano.* – 2013. – Vol. 7. – P. 11147-11155.
52. Bandres M.A. Non-Hermitian topological systems / M.A. Bandres, M.V. Segev // *Physics.* – 2018. –Vol. 11. – P. 96.
53. Devoret M.H. Superconducting circuits for quantum information / M.H. Devoret, R.J. Schoelkopf // *An outlook. Science.* – 2013. – Vol. 339. – P. 1169-1174.
54. Kimble H.J. The quantum Internet / H.J. Kimble // *Nature.* – 2008. – Vol. 453. – P. 1023-1030.
55. DiVincenzo D.P. The physical implementation of quantum computation / D.P. DiVincenzo // *Fortschr. Phys.* – 2000. – Vol. 48. – P. 771-783.
56. Pirandola S. Physics: Unite to build a quantum Internet / S. Pirandola, S.L. Braunstein // *Nature.* –2016. – Vol. 532. – P. 169-171.
57. Coherent manipulation, measurement and entanglement of individual solid-state spins using optical fields / W.B. Gao, A. Imamoglu, H. Bernien, R. Hanson // *Nat. Photonics.* – 2015. – Vol. 9. – P. 363-373.

58. Král P. Coherently controlled adiabatic passage / P. Král, I. Thanopoulos, M. Shapiro // *Rev. Mod. Phys.* – 2007. – Vol. 79. – P. 53-77.
59. A trajectory description of quantum processes. II. Applications / Á.S. Sanz Miret-Artés S. // Heidelberg, Springer, 2014.
60. Keeling J. Minimal excitation states of electrons in one-dimensional wires / J. Keeling, I. Klich, L.S. Levitov // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – Vol. 97. – P. 116403.
61. Coherence of single-electron sources from Mach-Zehnder interferometry / G. Haack, M. Moskalets, J. Splettstoesser, M. Büttiker // *Phys. Rev. B.* – 2011. – Vol. 84. – P. 081303.
62. Shot noise of a mesoscopic two-particle collider / S. Ol'khovskaya, J. Splettstoesser, M. Moskalets, M. Büttiker // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – Vol. 101. – P. 166802.
63. Proximity effects in Nb/Al-AlO_x-Al/Nb superconducting tunneling junctions / A. Zehnder, P. Lerch, S.P. Zhao [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 1999. – Vol. 59. – P. 8875-8886.
64. Generalized proximity effect model in superconducting bi- and trilayer films / G. Brammertz, A. Poelaert, A.A. Golubov [et al.] // *J. Appl. Phys.* – 2001. – Vol. 90. – P. 355-364.
65. Yang F. Geometric diffusion of quantum trajectories / F. Yang, R.-B. Liu // *Sci. Rep.* – 2015. – Vol. 5. – P. 12109

Додаток 1. Список опублікованих праць за результатами виконання проєкту

1. Belogolovskii M., Zhitlukhina E., Seidel P. Probing long-range current-carrying edge modes by two quantum point contacts. *Low Temperature Physics*. 2021. V. 47. Issue 12. DOI: [10.1063/10.0007071](https://doi.org/10.1063/10.0007071); кuartиль Q3; українські співавтори публікації входять до складу виконавців даного українсько-німецького проєкту, німецький співавтор – керівник відповідної групи-партнера з Університету імені Фрідріха Шиллера в Єні.
2. Zhitlukhina E., Seidel P. Detecting helical Andreev edge states by shot-noise measurements. *Металофізика та новітні технології*. 2022. Т. 44. Вип. 2 (прийнято до друку); кuartиль Q3; український і німецький співавтори публікації – керівники відповідних груп-партнерів.
3. Boliasova O, Zhitlukhina E., Seidel P. Scanning shot-noise spectroscopy of robust edge currents in topological materials. *School-conference of Young Scientists “Modern material science: physics, chemistry, technology” (MMSPCT – 2021)*, October 4 – 8, 2021, Uzhgorod, Ukraine, p. 209-210; українські співавтори публікації входять до складу виконавців даного українсько-німецького проєкту, німецький співавтор – керівник відповідної групи-партнера з Університету імені Фрідріха Шиллера в Єні.